







২০.৭.২১  
৩২২৬

# সরল গণিত ।

প্রথম ভাগ ।

## পাটীগণিত ।

শ্রীসার গুরুদাস বন্দ্যোপাধ্যায়, কেটি,  
এম-এ, ডি-এল, পিএচ্-ডি,  
প্রণীত ।



Calcutta  
S. K. LAHIRI & CO.  
56, COLLEGE STREET

1913

**COTTON PRESS**

PRINTED BY BYOTISH CHANDRA GHOSH  
*57, Harrison Road, Calcutta*

## বিজ্ঞাপন ।

বাঙ্গালা ভাষায় পাটীগণিতের পুস্তক অনেকগুলি আছে । কিন্তু তাহাদের অধিকাংশই পাঠার্থীকে জটিল গণনাব গ্ৰন্থ সমাধানে পটু কবিবার নিমিত্ত যতটা বড় দেখাইবাছে, বিজ্ঞাতীকে সবল গণিতের মূল তত্ত্বাংশীলানে তত্পর করণার্থে ততটা প্রবাস পাইরাছে বলিয়া বোধ হয় না । তাহাব কাৰণও সহজেই বুঝা যাব । শিক্ষাব দোষেই হউব আৰ সংস্কারেব দোষেই হউক, গণিতশাস্ত্র নীৰস ও তাহাব আলোচনা কষ্টকৰ, এই ধাৰণায় প্ৰায় কেহই ইচ্ছাব গণিতের চৰ্চ্চা কৰিতে চাহে না, যে যেটুকু চৰ্চ্চা কৰে প্ৰায়ই পৰীক্ষায় উত্তীৰ্ণ হইবাব নিমিত্ত । এবং পৰীক্ষা প্ৰণালীৰ দোষেই হউব বা গুণেই হউক, কঠিন গ্ৰন্থ সমাধানে দক্ষতালাভই পাটীগণিত পাঠেৰ প্ৰধান উদ্দেশ্য বলিয়া পৰিগৃহীত হইবাছে । সুতৰাং সেই উদ্দেশ্য সাধনোপযোগিপুস্তক প্ৰণয়নেই গ্ৰন্থকৰ্ত্তাবা যতবান্ হইবাছেন, শিক্ষাবিভাগেৰ ও সাধাৰণ পাঠক সমাজেৰ নিকট উৎসাহেৰ অভাবে পাটীগণিতের তত্ত্বাংশীলনোপযোগিগ্ৰন্থ বচনায় বাহাব তাদৃশ প্ৰযুক্তি নাই ।

এতদ্ব্যতীত, অনেকে মনে কৰিতে পাবেন, যখন উচ্চশিক্ষাৰ্থীবা ইংৰাজি জানেন ও ইংৰাজি জানা তাঁহাদের আবশ্যক, এবং ইংৰাজিতে যখন শেহোক্ত শ্ৰেণিৰ গ্ৰন্থেৰ অভাব নাই, তখন বাঙ্গালা ভাষায় সেক্ষপ গ্ৰন্থ নিশ্চয়োজনীৰ ।

কিন্তু বঙ্গভাষাব সৌষ্ঠব সংবৰ্দ্ধনার্থে তাগাতে সাহিত্য ইতিহাসাদি বিবৰক গ্ৰন্থ প্ৰণয়ন যেমন বাঞ্ছনীয়, গণিত বিষয়ক ছুই একধাণি গ্ৰন্থ প্ৰণয়নও তেমনই বাঞ্ছনীয় । এবং ইহাও হুংখেৰ বিষয় যে, এই সূক্ষম বাঙ্গালা ভাষা, যাহাব ভাব প্ৰকাশিকা শক্তিৰ কোন অভাব নাই, আমাদেৰ বেবল অবকাশ-কালেৰ আনন্দ বিধান কৰিবে, এবং সরল গণিতের সামান্য তত্ত্ব চিন্তাব নিমিত্তও আমাদিগকে ভাষান্তৰেৰ আশ্ৰয় গ্ৰহণ কৰিতে হইবে ।

এই সকল বিষয় ভাবিয়া আমি এই ক্ষুদ্ৰ গ্ৰন্থ প্ৰণয়নে প্ৰবৃত্ত হইয়াছি ।

ইহা শিশুদিগের পাঠ্য নহে, একাদশ দ্বাদশ বর্ষীয় বালকদিগের পাঠ্যোপযোগী হইবে। এবং ইহা পাঠ্য কবিলে যাহাতে স্বল্প সাহায্যে তাহাবা সৰল পাটীগণিতের মূল তত্ত্বগুলি বুঝিতে সমর্থ হয়, অন্ততঃ তাহা জানিতে উৎসুক হয়, তাহার চেষ্টা কৰিয়াছি। যে যে স্থলে অঙ্কেব পৰিবৰ্ত্তে অঙ্কব প্রয়োগ দ্বারা পাটীগণিতের নিয়ম বা নিয়মের হেতু সুপ্রকাশ বা সপ্রমাণ কৰা সম্ভব হয়, তদ্বৎস্থলে বীজগণিত হঠতে পাটীগণিতের পার্থক্য বন্ধার অনর্থক অল্পবোধে অঙ্কব প্রয়োগে বিরত হই নাই। এবং এইরূপে ক্রমশঃ, অঙ্কেব স্থলে অঙ্কব প্রয়োগ দ্বারা শিক্ষার্থীকে বিশেষ দৃষ্টান্তের আলোচনা হঠতে সাধাবণ তত্ত্বানুশীলনে অভ্যস্ত কৰা, এবং পাটীগণিত পাঠ্য হইতে বীজগণিত অধ্যয়নে উপনীত কৰা, বুদ্ধিসিদ্ধ বলিয়াই মনে কৰিয়াছি।

এই পুস্তকে অনুশীলনাৰ্থে উদাহৰণ বিধিঃ আছে, তাহাব আধিক্য নাই। বীজগণিতের সমীকৰণ প্রণালী অবলম্বনে জটিল গণনাব প্রশ্ন সমাধান সহজে হয়, এই বিবেচনায় সেক্ষপ প্রশ্ন এই পাটীগণিতের পুস্তকে অধিক পৰিমাণে সন্নিবেশিত কৰি নাই।

এই পুস্তক প্রণয়নের উদ্দেশ্য উপবে এক প্রবাব ব্যক্ত কৰিয়াছি। ফলেব আশা অব্যক্ত বাধাই কৰ্ত্তব্য। ইতি।

নাৰিকেলডাঙ্গা,

শ্রীগুরুদাস বন্দ্যোপাধ্যায়।

৩রা আষাঢ়, ১৩২০।

# সূচীপত্র ।

| বিষয়   | পৃষ্ঠা |
|---|--------|
| ভূমিকা ।  | ১      |
| উপক্রমণিকা  | ৩      |
| প্রথম অধ্যায় ।   |        |
| অনবচ্ছিন্ন অথবাশি সঙ্কে মৌলিক ক্রিয়া                       | ৭      |
| প্রথম পবিচ্ছেদ ।—সংখ্যা পঠন ও লিখন                          | ৭      |
| দ্বিতীয় পবিচ্ছেদ ।—যোগ                                     | ১৯     |
| তৃতীয় পবিচ্ছেদ ।—বিয়োগ                                    | ২৩     |
| চতুর্থ পবিচ্ছেদ ।—গুণন                                      | ২৮     |
| পঞ্চম পবিচ্ছেদ ।—ভাগ  | ৩৬     |
| ষষ্ঠ পবিচ্ছেদ ।—মৌলিক ক্রিয়া চতুষ্টয় সঙ্কে বিবিধ প্রশ্ন । |        |
| গুণনীয়ক ও গুণিতক   | ৪২     |
| দ্বিতীয় অধ্যায় ।  |        |
| অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সঙ্কে মৌলিক ক্রিয়া                      | ৬১     |
| উপক্রমণিকা  | ৬১     |
| প্রথমভাগ—সামান্ত ভগ্নাংশ                                    | ৬৪     |
| প্রথম পবিচ্ছেদ ।—সামান্ত ভগ্নাংশ লিখন ও পঠন ।               |        |
| সামান্ত ভগ্নাংশের আকাব পবিবর্তন                             | ৬৪     |
| দ্বিতীয় পবিচ্ছেদ ।—সামান্ত ভগ্নাংশের যোগ                   | ৭২     |
| তৃতীয় পবিচ্ছেদ ।—সামান্ত ভগ্নাংশের বিয়োগ                  | ৭৪     |
| চতুর্থ পবিচ্ছেদ ।—সামান্ত ভগ্নাংশের গুণন                    | ৭৬     |
| পঞ্চম পবিচ্ছেদ ।—সামান্ত ভগ্নাংশের ভাগ                      | ৭৮     |



|   |     |
|---|-----|
| দ্বিতীয়ভাগ—দশমিক ভগ্নাংশ   | ৮২  |
| প্রথম পবিচ্ছেদ ।—দশমিক ভগ্নাংশ লিখন ও পঠন                             | ৮৩  |
| দ্বিতীয় পবিচ্ছেদ ।—দশমিক ভগ্নাংশেব যোগ                               | ৮৮  |
| তৃতীয় পবিচ্ছেদ ।—দশমিক ভগ্নাংশেব বিয়োগ                              | ৮৯  |
| চতুর্থ পবিচ্ছেদ ।—দশমিক ভগ্নাংশেব গুণন                                | ৯০  |
| পঞ্চম পবিচ্ছেদ ।—দশমিক ভগ্নাংশেব ভাগ                                  | ৯২  |
| ষষ্ঠ পবিচ্ছেদ ।—সামান্ত ভগ্নাংশেব দশমিকে পবিবর্তন।<br>পোনঃপুনিক দশমিক | ৯৫  |
| সপ্তম পবিচ্ছেদ ।—দশমিক ভগ্নাংশেব আসন্ন ও<br>সজ্জিপ্ত প্রক্ৰিয়া       | ১০৩ |

## তৃতীয় অধ্যায় ।

|  |     |
|--|-----|
| অবচ্ছিন্ন অথবাশি সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া                          | ১১৩ |
| প্রথম পবিচ্ছেদ ।—অবচ্ছিন্ন বাশিব বিভাগক্রমাবলী<br>ও লিখন প্রণালী | ১১৩ |
| দ্বিতীয় পবিচ্ছেদ ।—লঘুকরণ                                       | ১২৪ |
| তৃতীয় পবিচ্ছেদ ।—মিশ্র যোগ                                      | ১২৬ |
| চতুর্থ পবিচ্ছেদ ।—মিশ্র বিয়োগ                                   | ১২৯ |
| পঞ্চম পবিচ্ছেদ ।—মিশ্র গুণন                                      | ১৩১ |
| ষষ্ঠ পবিচ্ছেদ ।—মিশ্র ভাগ  | ১৩৪ |

## চতুর্থ অধ্যায় ।

|   |     |
|---|-----|
| অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া                      | ১৩৯ |
| প্রথম পবিচ্ছেদ ।—অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশেব লঘুকরণ ও<br>রূপান্তর করণ | ১৩৯ |
| দ্বিতীয় পবিচ্ছেদ ।—অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশেব যোগ                   | ১৪১ |
| তৃতীয় পবিচ্ছেদ ।—অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশেব বিয়োগ                  | ১৪৩ |
| চতুর্থ পবিচ্ছেদ ।—অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশেব গুণন                    | ১৪৪ |
| পঞ্চম পবিচ্ছেদ ।—অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশেব ভাগ                      | ১৪৬ |

## পঞ্চম অধ্যায় ।

সাঙ্কেতিক

১৪৮

## ষষ্ঠ অধ্যায় ।

অল্পপাত, সমাপাত, ও বিপবিণাম ।

ত্রৈবাশিক, ঐকিক, ও শৃঙ্খল নিয়ম ।

১৫৩

প্রথম পবিচ্ছেদ ।—অল্পপাত, সমাপাত, ও বিপবিণাম

১৫৩

দ্বিতীয় পবিচ্ছেদ ।—ত্রৈবাশিক, ঐকিক, ও শৃঙ্খল নিয়ম

১৫২

## সপ্তম অধ্যায় ।

সুদ ও ডিফাউন্ট । কোম্পানির কাগজ ।

একত্র কাববাবেব লাত্ত ভাগ । মিশ্রণ ।

১৭২

প্রথম পবিচ্ছেদ ।—সুদ ও ডিফাউন্ট

১৭২

দ্বিতীয় পবিচ্ছেদ ।—কোম্পানির কাগজ

.. ১৮৩

তৃতীয় পবিচ্ছেদ ।—একত্র কাববাবেব লাত্ত ভাগ

. ১৮৭

চতুর্থ পবিচ্ছেদ ।—মিশ্রণ

১৯০

## অষ্টম অধ্যায় ।

বর্গমূল

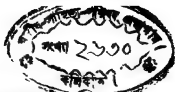
১৯৫

## উত্তরমালা

২০৩







## সরল গণিত ।

ভূমিকা ।

১। যে বিজ্ঞা দ্বারা গণনা করিতে পারা যায় তাহাকে গণিত বলে ।

২। গণনা নানা প্রকার, এবং গণিতের নানা বিভাগ আছে । যথা, পাঁচ ও সাত যোগে কত হয়, অথবা ছয়কে চার দিয়া গুণ করিলে কত হয়, ইত্যাদি সংখ্যা নির্ণয় করা এক প্রকার গণনা । এবং এই সকল গণনা গণিতের যে ভাগের বিষয় তাহাকে **পাণ্ডিত্যগণিত** বলে ।

যে কোন দুইটা সংখ্যার গুণফল তাহাদের প্রত্যেকের বিগুণ দুইটা সংখ্যার গুণফলের কত ভাগ হইবে, অথবা যে কোন সংখ্যা ও তাহার একক বর্গকাদি প্রত্যেক দ্বয়ের অর্থের সমষ্টি উভয়কে নয় দিয়া ভাগ করিলে উভয় ভাগ শেষ সমান হইবে কি না, ইত্যাদি প্রশ্নের উত্তর কোন বিশেষ সংখ্যা না লইয়া সাধারণ ভাবে নির্ণয় করা আর এক প্রকার গণনা । এবং এই সকল গণনা গণিতের যে ভাগের বিষয় তাহাকে **বীজগণিত** বলে ।

আবার, কোন সমকোণী চতুর্ভুজের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ জানা থাকিলে তাহার বিপরীত কোণদ্বয়ের দূরত্ব কত, অথবা দুইটি চতুর্ভুজের বাহু চতুর্ভুজ পৰ্য্যন্ত সমান হইলে তাহার ক্ষেত্রফল সমান হইবেক না, ইত্যাদি প্রশ্নের উত্তর নির্ণয়ও এক প্রকার গণনা । এবং এই সকল গণনা গণিতের যে ভাগের বিষয় তাহাকে **জ্যামিতি** বলে ।

আবার নানাবিধ গণনা আছে এবং গণিতের আরও নানা বিভাগ আছে, তাহার কথা এখানে বলিবার প্রয়োজন নাই ।

৩। পাণ্ডিত্যগণিত, বীজগণিত, ও জ্যামিতি এই পুস্তকের প্রথম, দ্বিতীয়, ও তৃতীয় ভাগের বিষয় ।

৪। পাটীগণিত, বীজগণিত, ও জ্যামিতি ইহাদের পরস্পরের নানা স্থলে ঘনিষ্ঠ সম্বন্ধ আছে। পাটীগণিতে অনেক স্থলে বীজগণিতের প্রণালী অবলম্বন করা যাইবে, পাটীগণিতে এবং বীজগণিতেও জ্যামিতির বিষয়ের উল্লেখ হইবে, এবং জ্যামিতিতেও বীজগণিতের সাহায্য লওয়া হইবে।

---

# প্রথম ভাগ ।

## পাঠীগণিত ।

### উপক্রমণিকা ।

৫। এক, দুই, তিন ইত্যাদিৰ অর্থ সকলেই জানে। এক, দুই, তিন ইত্যাদিকে সংখ্যা বা বাণি বলে।

৬। যদি এক, দুই, তিন ইত্যাদি সংখ্যা কোন বিশেষ বস্তু সম্বন্ধে বলা যায়, যথা, একটাকা, দুইসেব, তিনহাত, তাহা হইলে তাহাদিগকে অবচ্ছিন্ন সংখ্যা বা বাণি বলে।

যদি কোন বিশেষ বস্তু সম্বন্ধে না বলিয়া কেবল এক, দুই, তিন ইত্যাদি বলা যায়, তাহা হইলে সে স্থলে তাহাদিগকে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা বা বাণি বলে।

৭। যে সকল সংখ্যা অখণ্ড একেব সমষ্টি, যথা, এক, দুই, তিন, চার ইত্যাদি, তাহাদিগকে অখণ্ড সংখ্যা বলে।

যে সকল সংখ্যাতে একেব খণ্ডাংশ থাকে, যথা, দেড়, সওয়া দুই, সাড়ে তিন ইত্যাদি, তাহাদিগকে ভগ্নাংশ বলে।

৮। সংখ্যা লইয়া গণনা কবিত্তে হইলে, প্রথমতঃ ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যাব নাম কবণ ও তাহাদিগকে চিহ্ন বা অঙ্ক দ্বারা প্রকাশ করণ আবশ্যক। এই দুইটি ক্রিয়াকে সংখ্যা পঠন ও সংখ্যা লিখন বলা যায়। চাচাব পৰ দুইটি সংখ্যা যোগ কবিলে কত হয় অর্থাৎ তাহাদেব যোগ ফল কত, একটি সংখ্যা হইতে আৰ একটি সংখ্যাব ব্যৱকলন বা বিকল্পোপ কবিলে কত হয় অর্থাৎ তাহাদেব বিকল্পোপ ফল কত, একটি সংখ্যা আৰ একটি সংখ্যা দ্বারা গুণন কবিলে কত হয়

অর্থাৎ তাহাদের **গুণফল** কত, এবং একটি সংখ্যা আৰু একটি সংখ্যা ঘাৰা **ভাগ** কবিলে কত হয় অর্থাৎ তাহাদের **ভাগ ফল** কত, এইগুলি জানা আবশ্যক। এই চাৰি প্রকাৰ ক্রিয়াকে গণিতের **মৌলিক ক্রিয়া চতুষ্টয়** বলে।

৯। (১) যদি দুইটি সংখ্যা যোগ করা যায় তাহা হইলে প্রত্যেকটিকে **শোণ** বলে, এবং যোগ করিয়া যে সংখ্যা হয় তাহাকে **শোণ ফল** বা **সমষ্টি** বলে।

দুইটি সংখ্যার মধ্যে  $+$  এইচিহ্ন থাকিলে তাহাদিগকে যোগ কবিত্তে হইবে এই বুঝায়। এই চিহ্নকে ‘**প্লাস**’ বা ‘**শোণ**’ বলিয়া পাঠ কবিত্তে হইবে।

দুইটি বাণি বা সংখ্যার মধ্যে  $=$  এইরূপ চিহ্ন থাকিলে তাহাৰা সমান এই বুঝায়। এই চিহ্নকে **সমান** বা ‘**সমিত**’ বলিয়া পাঠ কবিত্তে হইবে।

$$\text{যথা } ৩ + ২ = ৫,$$

অর্থাৎ তিন ঘন দুই সমান পাঁচ।

দুইটি বাণির মধ্যে  $>$  এই চিহ্ন থাকিলে প্রথমটি বড় এবং  $<$  এই চিহ্ন থাকিলে প্রথমটি ছোট এই বুঝায়।

(২) যদি একটি সংখ্যা হইতে অপব একটি সংখ্যা বিয়োগ করা যায় তাহা হইলে প্রথমটিকে **বিশ্লেষণ** ও দ্বিতীয়টিকে **বিশ্লেষণ** বলে, এবং বিয়োগ কবিলে যে সংখ্যা হয় তাহাকে **বিশ্লেষণ ফল** বা **বাকি** বলে।

দুইটি সংখ্যার মধ্যে  $-$  এই চিহ্ন থাকিলে প্রথমটি হইতে দ্বিতীয়টিব বিয়োগ হইবে এই বুঝায়। এই চিহ্নকে ‘**মাইনাস**’ বা ‘**বাদ**’ বলিয়া পাঠ কবিত্তে হইবে।

$$\text{যথা } ৫ - ২ = ৩।$$

(৩) যদি একটি সংখ্যা অপব একটি সংখ্যা ঘাৰা গুণ করা যায় তাহা হইলে প্রথমটিকে **গুণ্য** ও দ্বিতীয়টিকে **গুণক** বলে, এবং গুণ করিয়া

যে সংখ্যা হয় তাহাকে **গুণফল** বলে। গুণ্য ও গুণক উভয়কে **উৎপাদক** এবং গুণফলকে **উৎপন্ন** সংখ্যা বলে।

দুইটি সংখ্যার মধ্যে  $\times$  এই চিহ্ন থাকিলে প্রথমটিকে দ্বিতীয়টিব দ্বারা গুণ করিতে হইবে এই বুঝায়। এই চিহ্নকে ‘**গুণিত**’ বলিয়া পাঠ করিতে হইবে।

যথা  $৩ \times ২ = ৬$ ।

কোন সংখ্যা সেই সংখ্যা দ্বারা গুণিত হইলে অর্থাৎ দুইবার উৎপাদকরূপে লওয়া হইলে গুণফলকে সেই সংখ্যার **দ্বিতীয় শক্তি** বলে, এবং দ্বিতীয় শক্তিকে সংখ্যার দক্ষিণে কিঞ্চিৎ উপরে ২ লিখিয়া প্রকাশ করা যায়।

যথা  $৩ \times ৩ = ৩^২ = ৯$ ।

কোন সংখ্যা সেই সংখ্যাদ্বারা ত্রয়সংখ্যক, তিন, ইত্যাদি বার গুণিত হইলে অর্থাৎ তিন, চারি, ইত্যাদিবার উৎপাদক রূপে গৃহীত হইলে, সেই গুণফলকে সেই সংখ্যার তৃতীয়, চতুর্থ, ইত্যাদি শক্তি বলে, এবং তাহা সংখ্যার দক্ষিণে কিঞ্চিৎ উপরে ৩, ৪, ইত্যাদি লিখিয়া প্রকাশ করা যায়।

যথা  $৩ \times ৩ \times ৩ = ৩^৩ = ২৭$ ,

$৩ \times ৩ \times ৩ \times ৩ = ৩^৪ = ৮১$ , ইত্যাদি।

এবং এষ্ট হিসাবে  $৩^১ = ৩$ ।

(৪) যদি একটি সংখ্যা অপব একটি সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা যায়, তাহা হইলে প্রথমটিকে **ভাজ্য** ও দ্বিতীয়টিকে **ভাজক** বলে, এবং ভাগ করিলে যে সংখ্যা হয় তাহাকে **ভাগফল**, ও ভাগ করিয়া যদি কিছু থাকি থাকে তাহাকে **ভাগশেষ** বলে।

দুইটি সংখ্যার মধ্যে — এই চিহ্ন থাকিলে অথবা একটিব নিম্নে রেখা টানিয়া তাহাব নীচে অপবটি বসাইলে, প্রথমটিকে দ্বিতীয়টি দ্বারা ভাগ করিতে হইবে এই বুঝায়। এই চিহ্নকে ‘**বিভক্ত**’ বলিয়া পাঠ করিতে হইবে।

যথা  $৬ \div ২ = ৩$ , বা  $৩ = ৩$ ,

$৭ \div ২ = ৩$  এবং ভাগশেষ ১।

( ), { }, [ ] এই চিহ্নগুলিকে বন্ধনী এবং — চিহ্নকে দীর্ঘ মাত্রা বলে।

বন্ধনীর অন্তর্গত বা দীর্ঘ মাত্রাব নিম্নস্থ যে সকল রাশি থাকে তাহাসব \*



পরস্পরের সম্বন্ধীয় ক্রিয়া অগ্রে সম্পন্ন করিতে হয়, এবং বন্ধনীর অন্তর্গত ব  
দীর্ঘ মাত্রাব নিয়ন্ত্ৰ বাহ্য কিছু থাকে তাহাকে একটি বাশি মনে কবিত্তে হয় ।

$$\text{যথা } ১২ - (৪ + ৩) = ১২ - ৭ = ৫,$$

$$১২ - (৪ - ৩) = ১২ - ১ = ১১ ।$$

এই চিহ্ন ‘অতএব’ অর্থবোধক । এই চিহ্ন ‘কাৰণ’ অর্থবোধক ।

১০ । সংখ্যা লিখন ও পঠন এই ক্রিয়াদ্বয়, এবং বোগ, বিযোগ, গুণ, ও  
ভাগ, এই ক্রিয়া চতুষ্টয়, অনবচ্ছিন্ন অথও বাশি সম্বন্ধে প্রথমে আলোচিত  
হইবে । তাহার পর সেই সকল ক্রিয়া অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে, তদনন্তর  
সেই সেই ক্রিয়া অবচ্ছিন্ন অথও বাশি সম্বন্ধে, ও অবশেষে সেই সকল ক্রিয়া  
অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে, পৃথক্ পৃথক্ অব্যাবে আলোচিত হইবে ।



## প্রথম অধ্যায় ।

অনবচ্ছিন্ন অথগু রাশি সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া ।

প্রথম পরিচ্ছেদ ।

সংখ্যা পঠন ও লিখন ।

১১ । এক হটতে এক শত পর্যন্ত সংখ্যাব পঠন ও অঙ্ক দ্বারা লিখন  
প্রণালী নিয়ে প্রদর্শিত হইতেছে ।

|      |    |                |    |
|------|----|----------------|----|
| এক   | ১  | বোল            | ১৬ |
| দুই  | ২  | সত্বে          | ১৭ |
| তিন  | ৩  | আঠাব           | ১৮ |
| চার  | ৪  | উনিশ           | ১৯ |
| পাঁচ | ৫  | কুড়ি (বা বিশ) | ২০ |
| ছয়  | ৬  | একুশ           | ২১ |
| সাত  | ৭  | বাইশ           | ২২ |
| আট   | ৮  | তেরিশ          | ২৩ |
| নয়  | ৯  | চব্বিশ         | ২৪ |
| দশ   | ১০ | পঁচিশ          | ২৫ |
| এগাব | ১১ | ছাব্বিশ        | ২৬ |
| বাঘ  | ১২ | সাতাশ          | ২৭ |
| ত্বে | ১৩ | আতাশ           | ২৮ |
| চৌদ  | ১৪ | উনত্রিশ        | ২৯ |
| পনে  | ১৫ | ত্রিশ          | ৩০ |

|                |            |    |
|----------------|------------|----|
| একত্রিশ ৩১     | ছাপ্রার    | ৫৬ |
| বত্রিশ ৩২      | সাতার      | ৫৭ |
| তেত্রিশ ৩৩     | আটার       | ৫৮ |
| চৌত্রিশ ৩৪     | উনষাট      | ৫৯ |
| পঁয়ত্রিশ ৩৫   | ষাট        | ৬০ |
| ছত্রিশ ৩৬      | একষটি      | ৬১ |
| সাঁইত্রিশ ৩৭   | বাষটি      | ৬২ |
| আটত্রিশ ৩৮     | তেষটি      | ৬৩ |
| উনচল্লিশ ৩৯    | চৌষটি      | ৬৪ |
| চল্লিশ ৪০      | পদ্বটি     | ৬৫ |
| একচল্লিশ ৪১    | ভেষটি      | ৬৬ |
| বিয়াল্লিশ ৪২  | সাতষটি     | ৬৭ |
| তেতাল্লিশ ৪৩   | আটষটি      | ৬৮ |
| চুয়াল্লিশ ৪৪  | উনসোত্তব   | ৬৯ |
| পঁয়তাল্লিশ ৪৫ | শোত্তব     | ৭০ |
| ছেচল্লিশ ৪৬    | একান্তব    | ৭১ |
| সাতচল্লিশ ৪৭   | বাওয়ান্তব | ৭২ |
| আটচল্লিশ ৪৮    | ত্ৰিযান্তব | ৭৩ |
| উনপঞ্চাশ ৪৯    | চুয়ান্তব  | ৭৪ |
| পঞ্চাশ ৫০      | পঁচান্তব   | ৭৫ |
| একান্ন ৫১      | ছিয়ান্তব  | ৭৬ |
| বাওয়ান্ন ৫২   | সাতান্তব   | ৭৭ |
| ত্ৰিযান্ন ৫৩   | আটান্তব    | ৭৮ |
| চুয়ান্ন ৫৪    | উনআশি      | ৭৯ |
| পঞ্চান্ন ৫৫    | আশি        | ৮০ |

|           |    |              |     |
|-----------|----|--------------|-----|
| একাদশি    | ৮১ | একানব্বই     | ৯১  |
| বিদ্বাদশি | ৮২ | বিবেদনব্বই   | ৯২  |
| ত্ৰিাদশি  | ৮৩ | ত্ৰিবেদনব্বই | ৯৩  |
| চৌদ্বাদশি | ৮৪ | চৌবেদনব্বই   | ৯৪  |
| পাঁচাদশি  | ৮৫ | পাঁচানব্বই   | ৯৫  |
| ছয়াদশি   | ৮৬ | ছয়ানব্বই    | ৯৬  |
| সাতাদশি   | ৮৭ | সাতানব্বই    | ৯৭  |
| আটাদশি    | ৮৮ | আটানব্বই     | ৯৮  |
| উননব্বই   | ৮৯ | নিবেদনব্বই   | ৯৯  |
| নব্বই     | ৯০ | শত           | ১০০ |



১২। উপরে লিখিত সংখ্যাগুলির নাম ও চিহ্নের প্রতি মনোযোগের সহিত দৃষ্টি করিলে দেখা যায় যে,

(১) এক হইতে নয় পর্যন্ত প্রথম নয়টি সংখ্যার ভিন্ন ভিন্ন নাম ও ভিন্ন ভিন্ন চিহ্ন।

(২) নয়ের পার্শ্বর সংখ্যার নাম দশ ও তাহার চিহ্ন ১০, অর্থাৎ একের চিহ্নের দক্ষিণে একটি নূতন চিহ্ন, ০ শূন্য।

(৩) দশ হইতে উনিশ পর্যন্ত দশটি সংখ্যার চিহ্ন, ক্রমশঃ ১ ও তাহার দক্ষিণে ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। কুড়ি বা বিশ অর্থাৎ দুই দশ হইতে উনত্রিশ পর্যন্ত দশটি সংখ্যার চিহ্ন ক্রমশঃ ২ ও তাহার দক্ষিণে ০, ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯। এবং এইরূপে ত্রিশ হইতে নিবেদনব্বই পর্যন্ত সংখ্যার চিহ্ন, ক্রমান্বয়ে বামে ৩ হইতে ৯, ও তাহারেব প্রত্যেকের দক্ষিণে ক্রমশঃ ০ হইতে ৯।

(৪) তাহার পরে সংখ্যার অর্থাৎ দশ গুণ দশের, নাম শত, ও চিহ্ন ১ ও তাহার দক্ষিণে দুইটি শূন্য = ০০ । অর্থাৎ ১০ ও তাহার দক্ষিণে একটি শূন্য = ০ ।

(৫) দশ হইতে নিরেনকুই পর্যন্ত সংখ্যাগুলির নামেও দশটি দশটি কবিতা শ্রেণি বিভাগ দৃষ্ট হয় ।

(৬) দশ হইতে উনিশ এই দশটি সংখ্যার নাম অগ্নাধিক পবিবর্তিতরূপে দশ, এক ও দশ, দুই ও দশ, তিন ও দশ, চার ও দশ, পাঁচ ও দশ, ছয় ও দশ, সাত ও দশ, আট ও দশ, এবং ( নয় ও দশের পবিবর্তে ) এক কম বিশ ।

উপরে যে অগ্নাধিক পরিবর্তিত রূপের কথা বলা হইল, তাহা একাদশ, দ্বাদশ প্রভৃতি সংস্কৃত নামে নাই, তাহা প্রাকৃত ও বাঙ্গালা নামে আছে, এবং তাহা প্রাকৃত ব্যাকরণের নিয়মানুসারে <sup>১</sup> হইরাছে । যথা—

একাদশ = একাদহ = একাডহ = একাডহ = এগাব,  
দ্বাদশ = বাদহ, = বাড়হ, = বাড়হ = বার, ইত্যাদি ।

এইরূপে অগ্নাধিক পবিবর্তিত আকারে ক্রমান্বয়ে দুইদশ, তিনদশ, চারদশ, পাঁচদশ, ছয়দশ, সাতদশ, আটদশ, নয়দশ এই কয়েকটি শব্দ বা তথ্যোদক শব্দের এক একটির সহিত, ক্রমশঃ এক হইতে আট যোগ, ও নয় যোগ স্থলে তৎপব-বর্তী সংখ্যার এক কম বৃদ্ধাইবার নিমিত্ত সেই সংখ্যার নামের পূর্বে উন শব্দ যোগ, দেখা যায় ।

১৩। এক শতের পব এক শত এক (১০১) হইতে একশত নিবে-নকুই (১২২) পর্যন্ত বাইরা, তৎপবে দুইশত (২০০), ও তদনন্তর দুইশত এক (২০১) হইতে দুইশত নিরেনকুই (২২২), এইরূপে ক্রমে নয়শত নিবেনকুই (৯৯৯) পর্যন্ত গণনা করা যায় । তাহার পব দশশত অর্থাৎ সহস্র বা হাজার (১০০০), ইত্যাদি ।

১৪। সংখ্যা বা রাশি চিহ্ন বা অঙ্ক দ্বারা লিখিবাব সাধারণ নিয়ম—

কোন অঙ্ক একা থাকিলে তাহাব মূল্য ততগুলি এক, অর্থাৎ তাহাব মূল্যেব কোন পরিবর্তন হয় না। কোন অঙ্ক এক ঘব বামে সবিয়া গেলে তাহাব মূল্য ততগুলি দশ, অর্থাৎ তাহাব মূল্যেব দশগুণ বৃদ্ধি হয়। দুই ঘব বামে সবিয়া গেলে তাহাব মূল্যেব শতগুণ বৃদ্ধি হয়। এবং এইরূপে ক্রমশ এক এক ঘব বামে সবিয়া গেলে অঙ্কেব মূল্য দশ দশ গুণ বৃদ্ধি হইতে থাকে।

এই নিয়মালুসার ১, ২                      ২ ৩ • এই দশটি অঙ্কদ্বারা সকল সংখ্যাট ৭ লিখা যায় তাহা উপবে দেখা গিয়াছে।

এক একটি অঙ্কদ্বারা এক হইতে নয় পর্য্যন্ত লিখা যায়। দশ লিখিতে ১ ০ • এই দুইটি অঙ্কেব আবশ্যক। এবং দুই দুইটি অঙ্কদ্বারা দশ হইতে নিবেনকুই পর্য্যন্ত লিখা যায়। একশত লিখিতে হইলে ১ ০ ০ দুইটি • এই তিনটি অঙ্কেব আবশ্যক, এবং তিন তিনটি অঙ্কদ্বারা শত হইতে নয় শত নিবেনকুই পর্য্যন্ত লিখা যায়। ইত্যাদি।

শূন্য • কোন সংখ্যা ব্যতীর না এবং তাহাব কোন মূল্য নাই, কিন্তু তাহা অঙ্ক অঙ্কেব স্থান ও মূল্য নির্দিষ্ট করিয়া দেয়। যথা, ২৪০ ইহাতে • এই বুঝাইতেছে যে, এককেব ঘবে কিছুই নাই, দশকেব ঘবে ৪, এবং শতের ঘবে ২।

৩০৫, ইহাতে • এই বুঝাইতেছে যে, এককেব ঘবে ৫, দশকেব ঘবে কিছু নাই, এবং শতের ঘবে ৩ ইত্যাদি।

১৫। এক্ষণে প্রশ্ন উঠিতে পারে,—এই সাধারণ নিয়ম কোথা হইতে পাওয়া গেল ?

এই প্রশ্নেব সম্পূর্ণ উত্তর পাঠিবাব নিমিত্ত আব একটি প্রশ্ন করা আবশ্যক—  
অঙ্ক বা চিহ্ন দ্বারা সংখ্যা লিখিতে গেলে কল্পপ্রকার বিভিন্ন প্রণালী অবলম্বন করা যাইতে পারে ?—এই প্রশ্নেব উত্তরে বলা যাইতে পারে, তিন প্রকার, বিভিন্ন প্রণালী অবলম্বন সম্ভবপর—

১ম। একের চিহ্ন এক দাঁড়ি। ও তাহার পব ক্রমশ প্রত্যেক সংখ্যা দাঁড়িব পার্শ্বে দাঁড়ি যোগ দ্বাৰা অঙ্কিত কৰা।

২য়। প্রত্যেক সংখ্যা এক একটি পৃথক্ চিহ্ন দ্বাৰা অঙ্কিত কৰা।

৩য়। প্রথম কএকটি সংখ্যা পৃথক্ পৃথক্ চিহ্ন দ্বাৰা অঙ্কিত করা ও তাহার পর অপর সমস্ত সংখ্যা সেই কএকটি চিহ্নের বিজ্ঞাস দ্বাৰা অঙ্কিত করা।

প্রথম প্রণালীটি কথায় শুনিতে সহজ, কিন্তু কার্যে পৰিণত কৰা কঠিন। সংখ্যা যত বড় হইবে ততই তাহা অঙ্কিত কৰা ত্বরহ হইবে। একশত অঙ্কিত করিতে হইলে পর পব একশত দাঁড়ি অঙ্কিত কৰিতে হইবে।

দ্বিতীয়টিও কথায় সহজ কিন্তু কার্যে অতি কঠিন। প্রত্যেক সংখ্যাব পৃথক্ চিহ্ন কৰিতে হইলে অসংখ্য পৃথক্ চিহ্নের প্রয়োজন, এবং তাহা কল্পনা করা ও লেখণ বাধা অসাধ্য।

মুতবাং তৃতীয় প্রণালীই একমাত্র অবলম্বনীয়। তাহা হইলেই প্রায় উঠিতেছে, করটি পৃথক্ চিহ্ন লওয়া যাইবে, এবং কি নিয়মে তাহানিগকে বিভক্ত করা যাইবে।

এই প্রণেব উত্তৰ নানা দেশে নানাক্রম দেওয়া হইয়াছে।

প্রাচীন গ্রীসে এক প্রকাৰ উত্তৰ দেওয়া হইয়াছিল। তদনুসাবে যে অঙ্ক লিখন প্রণালী অবলম্বিত হয় তাহা জটিল ও তাহা অস্বস্ত্য চলে নাই।

রোমে আৰ এক প্রকাৰ উত্তৰ দেওয়া হয়, ও তদনুসাবে যে অঙ্ক লিখন প্রণালী অবলম্বিত হয় তাহাও জটিল এবং বিশেষ প্রচলিত হয় নাই। তবে তাহার নিরূপন এখনও বড়িৰ অঙ্কে ও টংবাঝি পুস্তকের অধ্যায়েব অঙ্কে পাওয়া যায়।

ভাৰতবৰ্ষে হিন্দুবা উক্ত প্রণেব আৰ এক প্রকাৰ উত্তৰ দেয়, এবং তদনুসারে যে প্রণালী অবলম্বিত হয় তাহাই উপবে ১৪ ধাবায় বিবৃত হই-  
য়াছে। অর্থাৎ এই প্রণালীতে এক হইতে নয় পর্য্যন্ত নয়টি সংখ্যায় ১ হইতে ৯ পর্য্যন্ত নয়টি পৃথক্ চিহ্ন ও শূন্য বুঝাইতে আৰ একটি পৃথক্ চিহ্ন • লওয়া হয়, এবং প্রত্যেক অঙ্ক বামে এক এক বব সন্নিবে তাহাব মূল্য দশ দশ গুণ

বৃদ্ধি হইবে, অঙ্ক বিভক্ত্যসেব এই নিয়ম স্থিৰ হয় । এই প্রণালী এক্ষণে সভ্য জগতে প্রায় সৰ্বত্রই প্রচলিত । হিন্দুধর্মিগেব নিকট হইতে শিক্ষা করিয়া মুসল্মানেবা ইহা ইউরোপে প্রচাৰিত কৰে ।

১৬। এক্ষণে পূৰ্বোক্ত প্রশ্নেব অৰ্থাৎ অঙ্ক বামে সবিয়া গেলে তাহার মূল্য দশগুণ বৃদ্ধি হইবে এই নিয়ম কোথা চইতে পাওয়া গেল এই কথাৰ উত্তৰ অনুসন্ধান কৰা যাউক । এই প্রশ্নেব সহজ উত্তৰ বোধ হয় এই যে, এক হইতে নিবেনকৰুই পর্য্যন্ত সংখ্যাৰ নামে যখন দশ দশটি কবিয়া শ্রেণি বিভাগ দেখা যাইতেছে তখন সম্ভবতঃ সংখ্যাগুলিব নাম হইতেই তাহাদেব উপৰি উক্ত এক এক ঘব বামে গতিতে দশ দশগুণ মূল্য বৃদ্ধিব নিয়ম পাওয়া গিয়া থাকিবে ।

কিন্তু তাহাৰ পৰ প্রশ্ন উঠিতে পাবে, সংখ্যাৰ নামে নয় নয়টি বা এগাব এগাবটি কবিয়া না লটবা দশ দশটি কবিয়া শ্রেণি বিভাগ কেন হইল ?

এট প্রশ্নেব উত্তৰে বলা যাউতে পাবে যে মন্ত্ৰশ্ৰেব আদিম অবস্থায় হস্তেৰ অঙ্গুলি নিদেশ দ্বাৰা গণনা চলা সম্ভবপৰ । আমাদেব দুই হস্তে দশটি অঙ্গুলি থাকায় একজন মন্ত্ৰা অঙ্গুলি দ্বাৰা দশ পর্য্যন্ত গণিতে পাবে, তাহাৰ অধিক সংখ্যা গণনাৰ নিমিত্ত দ্বিতীয় একজন লোকের সাহায্য আবশ্যক, এবং দশেৰ পৰেব সংখ্যা এক ও দশ তাহাৰ পৰেব সংখ্যা দুই ও দশ তাহাৰ পৰেব সংখ্যা তিন ও দশ, এইৰূপে ক্রমাগত অভিহিত হওয়া সম্ভাব্য । অঙ্গুলি দ্বাৰা গণনা কৰিতে গেলে, প্রথম ব্যক্তিৰ দশটি অঙ্গুলি একবাৰ নির্দিষ্ট হওয়া, অর্থাৎ দশ পর্য্যন্ত গণনা হওবাব পৰ, সম্ভবতঃ দ্বিতীয় ব্যক্তিকে ঐ গণনাৰ নিদর্শন স্বৰূপ একটি অঙ্গুলি তুলিয়া বাধিতে বলা হইত, এবং ঐমব্যক্তি সমস্ত অঙ্গুলি গুলি মুক্তিয়া পুনৰায় এগাব বাব ইত্যাদি গণিতে ক্রমশ একটি, দুইটি, ইত্যাদি অঙ্গুলি উত্তোলিত কবিয়া কুড়ি পর্য্যন্ত গণিলে দ্বিতীয় ব্যক্তি আব একটি অঙ্গুলি তুলিত । এইৰূপে কুড়ি দুই দশ, একুশ এক ও দুই দশ, বাইশ দুই ও ত্ৰিশ ইত্যাদি নামে অভিহিত চণ্ডাট সম্ভাবনা যোগ্য ।

উপৰে বাহা বলা হইল তাহা অনুমান মাত্ৰ, তবে তাহা যুক্ত সম্ভব অনুমান বটে ।



উপরে উক্ত কথাগুলি মনে রাখিলে দেখা যায়, অঙ্ক ঘাৰা সংখ্যা লিখিবাব প্রচলিত নিয়মানুসাবে এককেৰ ঘৰেৰ অঙ্ক গণনা কালে প্রথম ব্যক্তিব উত্তোলিত অঙ্কুলিব সংখ্যা, দশকেৰ ঘৰেৰ অঙ্ক দ্বিতীয় ব্যক্তিব উত্তোলিত অঙ্কুলিব সংখ্যা, শতকেৰ ঘৰেৰ অঙ্ক তৃতীয় ব্যক্তিব উত্তোলিত অঙ্কুলিব সংখ্যা ইত্যাদি।

১৭। আৰ একটি প্রশ্ন উঠিতে পাৰে, অঙ্কগুলিব আকৃতি ১, ২, ৩, ইত্যাদি রূপ হ'ল কেন ?

এই প্রশ্নেৰ উত্তবে বলা যাইতে পাৰে একটি বেখাঘাৰা এক, দুটি বেখাৰ ঘাৰা দুই তিনটি বেখাৰ ঘাৰা তিন, এইৰূপে সংখ্যা লিখনেৰ প্রথম অবস্থায় সংখ্যাগুলি অঙ্কিত হওয়া সম্ভবপৰ। এবং ক্রম শিথিতে গৈলে প্রত্যেক অঙ্কেৰ বেখাগুলি বিশেষৰূপে বিস্তৃত ও সংযুক্ত হওয়া ও সম্ভাব্য। এইরূপে

এক   দুই   তিন   চাৰি   পাঁচ   ছয়   সাত   আট   নয়

। ১ ২ ৩ ৪ ৫ ৬ ৭ ৮ ৯

এই আকাৰ ধারণ কৰিবা পাৰিবে। এবং উক্ত আকাৰ অতি অল্প পৰিবৰ্তনেই বৰ্তমান

১   ২   ৩   ৪   ৫   ৬   ৭   ৮   ৯

আকাৰে পৰিণত হইয়াছে।

উপৰে বলা হইবাছে, গণকেৰ উত্তোলিত অঙ্কুলিব সংখ্যাটী গণিত অঙ্কেৰ জ্ঞাপক। তাহা হ'লে বহুদুষ্টি শূন্য জ্ঞাপক। এবং বহুদুষ্টি প্রায় গোলাকাৰ, অতএব শূন্যৰ চিহ্ন ০ হওয়াই সম্ভব। নবেৰ চিহ্ন সম্বন্ধে আৰ একটি কথা বলা যাইতে পাৰে। শূন্যেৰ বামে এক দিবা বেদন দশ হয়, শূন্যেৰ দক্ষিণে অর্থাৎ বিপৰীত দিকে এক দিবা দশেৰ এক কম অর্থাৎ নয় হইবে, একপ সম্বন্ধত কৰা অসম্ভব নহে, এবং তাহা হ'লে নয়ৰ চিহ্ন ০১ হওয়া ও তাহা হইতে নয়ৰ বৰ্তমান আকাৰ ৯ হওয়া সম্ভবপৰ। আৰ এইভাবে দেখিলে দেবনাগৰ ५ ও ইংৰাজি ৭ ইহাদেৰ আকাৰ ঐ ঐ রূপ কেন হইল তাহা বুঝিতে পাৰা যায়।

মূলে বেধা সংযোগে ও পবে ক্রম বেধা বিভাসেব ব্যতিক্রমে যে অঙ্কে বর্তমান আকাবে উৎপত্তি হইয়াছে তাহা বাঙ্গালা ও ইংবাজিতে আপাতত বিসদৃশ দুইটি অঙ্কের আকাব আলোচনা কবিলেই স্পষ্ট দেখা যাইবে ।

বাঙ্গালা ৪ ও ৮ আকাবে ইংবাজি 4 ও 8 হইতে বিসদৃশ । কিন্তু

৪ অর্থাৎ ৪ এবং 4 অর্থাৎ 4

চাৰিটি বেধাব বিভাস ।<sup>১</sup>

আব ৮ অর্থাৎ ৮ এবং 8 অর্থাৎ ৮

আটটি বেধাব বিভাস ।

১৮ । অঙ্কেব ঘবগুলি ক্রমশ বামে সবিধা গেলে তাহাদের যে নাম দেওয়া হয় তাহা নিম্নে লিখিত হইল ।

|                             |                     |                      |                   |                    |                      |                        |                   |                |                    |      |                  |      |                 |                |    |    |    |
|-----------------------------|---------------------|----------------------|-------------------|--------------------|----------------------|------------------------|-------------------|----------------|--------------------|------|------------------|------|-----------------|----------------|----|----|----|
| পৰ্য্যাক বা সহস্র কোটি কোটি | মহা বা শত কোটি কোটি | অশ্ব বা দশ কোটি কোটি | জলধি বা কোটি কোটি | শম বা দশ লক্ষ কোটি | মহাপদ্ম বা লক্ষ কোটি | নিখরু বা দশ সহস্র কোটি | ধরু বা সহস্র কোটি | অজ্ঞ বা শতকোটি | অর্জু দ বা দশ কোটি | কোটি | নিদুত বা দশ লক্ষ | লক্ষ | অদুত বা দশহাজাৰ | সহস্র বা হাজাৰ | শত | দশ | এক |
| ১৮                          | ১৭                  | ১৬                   | ১৫                | ১৪                 | ১৩                   | ১২                     | ১১                | ১০             | ৯                  | ৮    | ৭                | ৬    | ৫               | ৪              | ৩  | ২  | ১  |

কোটিখ বামে দশকোটি, শতকোটি, ইত্যাদি নামগুলি প্রচলিত ।

১ । বেধা সংযোগে অঙ্কের উৎপত্তি এট কথ্য সম্বন্ধে Ball's History of Mathematics p 147 এবং Encyclopaedia Britannica, 9th Edition, Vol XVII p 626 ( Article Numerals ) জটয়া ।

উপরে দ্বারা বলা হইল তাহা নিম্ন লিখিত রূপে ও দর্শিত হইতে পারে ।

|                |                             |
|----------------|-----------------------------|
| এক—            | $১ = ১$                     |
| দশ—            | $১০ = ১০^১$                 |
| শত—            | $১০০ = ১০^২$                |
| সহস্র—         | $১০০০ = ১০^৩$               |
| দশ সহস্র—      | $১০০০০ = ১০^৪$              |
| লক্ষ—          | $১০০০০০ = ১০^৫$             |
| দশ লক্ষ—       | $১০০০০০০ = ১০^৬$            |
| কোটি—          | $১০০০০০০০ = ১০^৭$           |
| দশ কোটি—       | $১০০০০০০০০ = ১০^৮$          |
| শত কোটি—       | $১০০০০০০০০০ = ১০^৯$         |
| সহস্র কোটি—    | $১০০০০০০০০০০ = ১০^{১০}$     |
| দশ সহস্র কোটি— | $১০০০০০০০০০০০ = ১০^{১১}$    |
| লক্ষ কোটি—     | $১০০০০০০০০০০০০ = ১০^{১২}$   |
| দশ লক্ষ কোটি—  | $১০০০০০০০০০০০০০ = ১০^{১৩}$  |
| কোটি কোটি—     | $১০০০০০০০০০০০০০০ = ১০^{১৪}$ |

ইত্যাদি ।

১৯। অঙ্ক দ্বারা লিখিত সংখ্যাব নিম্নলিখিতরূপে বিশ্লেষ করা যাইতে পারে । যথা

$$২৫ \quad ২০ + ৫ = ২ \times ১০ + ৫।$$

$$৪২৫ = ৪০০ + ২০ + ৫ = ৪ \times ১০০ + ২ \times ১০ + ৫$$

$$= ৪ \times ১০^২ + ২ \times ১০ + ৫।$$

$$৩৪২৫ = ৩০০০ + ৪০০ + ২০ + ৫$$

$$= ৩ \times ১০^৩ + ৪ \times ১০^২ + ২ \times ১০ + ৫।$$

২০। সাধাবণতঃ যদি কোন সংখ্যাব এককেব ঘবেব অঙ্কে অ বলা যায়, এবং দশ শত প্রভৃতি ঘবেব অঙ্ক গুণিব অর্থাৎ এককেব এক<sup>০</sup>ব বামেব, চইখব বামেব ইত্যাদি অঙ্কগুলিকে অ<sub>১</sub>, অ<sub>২</sub> ইত্যাদি মনে কৰা যায়, আৰ যদি সেই সমগ্র সংখ্যাটি স চিহ্ন দ্বাৰা প্রকাশ কৰা যায়, এবং তাহাতে এককেব বামেব সংখ্যাব ঘব অর্থাৎ মোট  $n+1$  ঘব থাকে, তাহা হইলে সর্ববামেব ঘবেব অঙ্ক অ<sub>n</sub> তাহাব মূল্য অ<sub>n</sub>  $\times 10^n$  হইবে, এবং

$$স = অ_n \times 10^n + অ_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + অ_2 \times 10^2 + অ_1 \times 10^1 + অ_0$$

এই স্থলে দুইটি কথা মনে রাখা উচিত। প্রথমতঃ, ১, ২, ৩, ইত্যাদি অঙ্ক না লইয়া, অ, ন, স ইত্যাদি বর্ণমালাব অঙ্কব ব্যবহাৰ কৰাৰ কাৰণ এই বে, ১, ২, ৩, ইত্যাদি বিশেষ অঙ্ক লটকা কোন সাঙ্কেতিক হ্রস্ব বা নিয়ম বচনা বা সূত্রমাণ কৰিলে, তাহা কেবল সেই বিশেষ অঙ্ক সম্বন্ধে খাটে, সাধাবণতঃ খাটে না এক্সপ মনে হটতে পাৰে, কিন্তু অঙ্কেব পৰিবৰ্ত্তে অঙ্কব গটলে তাহা সাধাবণতঃ যেকোন অঙ্ক বুঝাইতে পাৰে, সুতৰাং অঙ্কেব স্থলে অঙ্কব দিয়া রচিত বা প্রমাণীকৃত সাঙ্কেতিক হ্রস্ব বা নিয়ম সাধাবণতঃ খাটে তেঁহা সহজেই বুঝা যায়। সাঙ্কেতিক হ্রস্বব বা প্রমাণেব সাধাবণতঃ প্রতিপাদনাৰ্থে অঙ্কেব পৰিবৰ্ত্তে অঙ্কবেব প্রয়োগ কৰা যায়। দ্বিতীয়তঃ অ, অ, অ, ইত্যাদি সম্পূর্ণ বিভিন্ন অঙ্কেব চিহ্ন। তবে অঙ্কেব পৰিবৰ্ত্তে অঙ্ক শব্দেব আশ্রয় অঙ্কব অ ব্যবহাৰ কৰা যেমন সুবিধাজনক তেমনি এককেব ঘবেব একঘর, চইখব প্রভৃতি বামেব অঙ্কগুলিকে অ<sub>১</sub>, অ<sub>২</sub> প্রভৃতি অঙ্কব দ্বাৰা চিহ্নিত কৰা সুবিধাজনক, কাৰণ নিম্নেব পার্গণ্ড ১, ২ ইত্যাদি দ্বাৰা অ<sub>১</sub>, অ<sub>২</sub> ইত্যাদি অঙ্কগুলি কোন ঘবেব তাহা দেখিবামাত্র জানা যায়।

২১। অঙ্ক দ্বাৰা লিখিত কোন সংখ্যাব দক্ষিণে এক একটি শূন্য বসাইলে তাহা দশ দশ গুণ বৃদ্ধি পাব। তাহাব কাৰণ এই বে, একটি শূন্য দক্ষিণে বসাইলে প্রত্যেক অঙ্ক বামে এক এক ঘব সৰিরা বাওঁয়াৰ প্রত্যেক অঙ্কেব মূল্য দশ গুণ বৰ্দ্ধিত হয়। সুতৰাং সমস্ত সংখ্যাব মূল্যও দশ গুণ বৰ্দ্ধিত হয়। সংখ্যাব বামে শূন্য বসাইলে কোন ফল হয় না।

## ১। উদাহরণমালা ।

১। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলি অঙ্ক দ্বারা লিখ,—

( ১ ) দশ, বাব, পনের, উনিশ, আটশ, তেতাল্লিশ, ছাপান্ন, একষট্টি, চৌত্রিশ, বিয়েনক, ই।

( ২ ) এক শত এক, এক শত দশ, এক শত চুয়ান্ন, তিন শত, চাব শত পাঁচ, পাঁচ শত ষাট, সাত শত চুয়ান্নব।

( ৩ ) এক লক্ষ এক, দুই লক্ষ তিন শত, তিন লক্ষ ছয় সহস্র সাত শত নয়, চাব লক্ষ ছাপান্ন হাজার চাব, পাঁচ লক্ষ সাতষট্টি হাজার চাব শত বত্রিশ।

( ৪ ) পাঁচ বোটি চৌষট্টি লক্ষ বত্রিশ হাজার এক শত আটান্নব।

২। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলি বাক্যে লিখ।

( ১ ) ১৮, ২০, ৩৭, ৫৮, ৬২, ৮৫, ৯৭।

( ২ ) ২০৩, ৩৪০, ৪৫৬, ৬৯০, ৭০৮, ৯৯৯।

( ৩ ) ১০০৯, ১০২২, ৩৬২০, ৪৮৬২।

( ৪ ) ১২৩৪৫৬৭৮৯, ৯৮৭৬৫৪৩২১, ১০২০৩০৪০৫।

৩। উপরের লিখিত ( ৩ ) ও ( ৪ ) উদাহরণের সংখ্যাগুলিকে একক, দশক, শতক ইত্যাদি বিধে ববিধা লিখ।

---

দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ ।

যোগ ।

২২ । যোগের নামতা নিয়ে লিখিত হইল ।

|   | ১  | ২  | ৩  | ৪  | ৫  | ৬  | ৭  | ৮  | ৯  |
|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ১ | ২  | ৩  | ৪  | ৫  | ৬  | ৭  | ৮  | ৯  | ১০ |
| ২ | ৩  | ৪  | ৫  | ৬  | ৭  | ৮  | ৯  | ১০ | ১১ |
| ৩ | ৪  | ৫  | ৬  | ৭  | ৮  | ৯  | ১০ | ১১ | ১২ |
| ৪ | ৫  | ৬  | ৭  | ৮  | ৯  | ১০ | ১১ | ১২ | ১৩ |
| ৫ | ৬  | ৭  | ৮  | ৯  | ১০ | ১১ | ১২ | ১৩ | ১৪ |
| ৬ | ৭  | ৮  | ৯  | ১০ | ১১ | ১২ | ১৩ | ১৪ | ১৫ |
| ৭ | ৮  | ৯  | ১০ | ১১ | ১২ | ১৩ | ১৪ | ১৫ | ১৬ |
| ৮ | ৯  | ১০ | ১১ | ১২ | ১৩ | ১৪ | ১৫ | ১৬ | ১৭ |
| ৯ | ১০ | ১১ | ১২ | ১৩ | ১৪ | ১৫ | ১৬ | ১৭ | ১৮ |

উপরে প্রথম সারি ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ পর্যন্ত এক একটি অঙ্ক লিখা বাক্যে উপর নীচ প্রথম সারি ১ হইতে ৯ পর্যন্ত প্রত্যেক অঙ্কের সহিত যোগ করিলে যোগফল সেই সেই অঙ্কের বাক্যে প্রথমোক্ত অঙ্কের নিয়ে পাওয়া গিয়াছে । এবং যোগ নামতা একরূপে পড়িতে হইবে, যথা—

১ আধ ১, ২ । ১ আধ ২, ৩ । ১ আধ ৩, ৪ । ইত্যাদি ।

২ আধ ১, ৩ । ২ আধ ৩, ৪ । ২ আধ ৪, ৫ । ইত্যাদি ।

এরূপে ১ হইতে ৯ পর্যন্ত প্রত্যেক অঙ্কের ১ হইতে ৯ পর্যন্ত যে কোন অঙ্কের সহিত যোগে যোগফল কত হয় জানা যাইবে ।

তাহার পৰ ১ হইতে ৯ পর্য্যন্ত যে কোন অঙ্ক ৯ অপেক্ষা অধিক কোন সংখ্যাব সহিত যোগ কৰিতে হইলে প্রথমোক্ত অঙ্ক শেষোক্ত সংখ্যাব এককেব ঘবেব অঙ্কেব সহিত যোগ নামতাৰ সাহায্যে যোগ কৰিয়া তাহাতে শেষোক্ত সংখ্যাব দশক যোগ কৰিলে যোগফল পাওযা যাইবে ।

২৩। **শোণেন্ন নিস্ত্রম্** । যোজ্য সংখ্যাগুলি অঙ্ক ধাবা একপে নীচে নীচে লিখিবে যে একক, দশক, শতক ইত্যাদিৰ নীচে ক্রমান্বয়ে একক, দশক, শতক ইত্যাদি পড়ে । সৰ্ব্ব নিম্নেব সংখ্যাব নীচে একটি রেখা টানিবে । তাৰ পৰ যোগ নামতাৰ সাহায্যে এককেব ঘবেব অঙ্কগুলি ক্রমশঃ উপৰ হইতে নীচে যোগ কৰিয়া যোগফলেব এককেব ঘবেব অঙ্কটি বেখাব নিম্নে এককেব স্থানে লিখিবে । তাহাৰ দশকেব ঘবেব অঙ্ক যোজ্য সমূহেব দশকেব ঘবেব অঙ্কগুলিৰ সহিত যোগ কৰিয়া সেই যোগফলেব দশকেব অঙ্ক বেখাব নিম্নে দশকেব ঘবে লিখিবে । তাহাৰ শতকেব ঘবেব অঙ্ক যোজ্য সমূহেব শতকেব ঘবেব অঙ্কগুলিৰ সহিত যোগ কৰিয়া যোগফলেব শতকেব অঙ্ক বেখাব নিম্নে শতকেব ঘবে লিখিবে । আৰ তাহাৰ সহস্রকেব ঘবেব অঙ্ক যোজ্যগুলিৰ সহস্রকেব ঘবেব অঙ্কেব সহিত যোগ কৰিবে । এইকাপ যোজ্যেব শেষ অৰ্থাৎ সঙ্কোচ শ্রেণি পর্য্যন্ত যাইবে ।

এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহৰণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে । যোজ্য সংখ্যাগুলিৰ একক দশক প্রভৃতিব ঘবেব অঙ্কগুলি পৃথক্ পৃথক্ যোগ ববাই এই নিয়মেব মূল কথা ।

উদাহৰণ

$$\begin{array}{r}
 ১১৩ - \quad \quad \quad ১০০ + ২০ + ৩ \\
 ৪২৪৫ \quad ৪০০০ + ২০০ + ৫০ + ৫ \\
 \hline
 ২০২৪ - ২০০০ + ০ + ২০ + ৪ \\
 ১৩৪০২ \quad ১৩০০০ + ৩০০ + ২০ + ১২ \\
 \hline
 = ১৩০০০ + ৩০০ + ২০ + ১০ + ২ \\
 = ১৩০০০ + ৩০০ + ১০০ + ২ \\
 = ১৩০০০ + ৪০০ + ২ \\
 = ১৩৪০২ ।
 \end{array}$$

২৪। যোগ ক্রিয়াব শুদ্ধতার পরীক্ষা। যোদ্ধাগুলির একক আদি যবেব অঙ্কগুলিকে ক্রমশঃ নীচে হইতে উপরে যোগ করিয়া যে যোগফল পাওয়া যায় তাহা যদি পূর্ব লব্ধ যোগফলের সহিত মিলে তবে যোগ ক্রিয়া শুদ্ধরূপে হইয়াছে অনুমান করা যাইবে। কারণ যোদ্ধা সমুদয়কে উপর হইতে নীচে বা নীচে হইতে উপরে যে ভাবেই লওয়া যাক তাহাদের যোগফল অবশ্যই সমান হইবে।

২৫। কোন সংখ্যার সহিত ০ যোগ করিলে যোগফল সেই সংখ্যাই থাকে।



## ২। উদাহরণমালা ।

১। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলি যোগ কর।

| (১) | ১ | (২) | ১১ | (৩) | ১১ | (৪) | ১২৩৪ |
|-----|---|-----|----|-----|----|-----|------|
|     | ২ |     | ১২ |     | ২১ |     | ৫৬৭  |
|     | ৩ |     | ১৩ |     | ৩১ |     | ৮৯   |
|     | ৪ |     | ১৪ |     | ৪১ |     | ১০১১ |
|     | ৫ |     | ১৫ |     | ৫১ |     | ১২১  |
|     | ৬ |     | ১৬ |     | ৬১ |     | ৩১   |
|     | ৭ |     | ১৭ |     | ৭১ |     | ৪    |
|     | ৮ |     | ১৮ |     | ৮১ |     | —    |
|     | ৯ |     | ১৯ |     | ৯১ |     | —    |

২। দুই কোটি দশ লক্ষ পঞ্চাশ হাজার পাঁচ,  
 ছেয়টি লক্ষ এগার হাজার সাত শত আটশ,  
 নয় লক্ষ সাত হাজার পাঁচ,  
 ও পঞ্চাশ কোটি ষাট লক্ষ সত্তর,

ইহার যোগফল কত ?

৩। ৩৫, ৫৫, ৬৭৫ ইহাদের সমষ্টি,  
 ৪৪, ৬৪, ৬৮৪ ইহাদের সমষ্টি,  
 ১২, ২৪, ৩৬ ইহাদের সমষ্টি,  
 ও ২৯, ৩১, ৪২ ইহাদের সমষ্টি একত্র করিলে কত হয় ?

৪।  $১+২+৩+৪$ ,  $১১+১২+১৩+১৪$ ,  $২১+২২+২৩+২৪$ , এবং  
 $৩১+৩২+৩৩+৩৪$  ইহাদের সমষ্টি কত ?

৫। (১) ১৯ কে ৯ বাব লইলে কত হয় ?  
 (২) ২১ কে ১১ বাব লইলে কত হয় ?  
 (৩) ৩২ কে ৮ বাব লইলে কত হয় ?  
 (৪) ৬৪ কে ৮ বাব লইলে কত হয় ?  
 (৫) ৪০ কে ৯ বাব লইলে কত হয় ?

## তৃতীয় পদক্ষেপ ।

### বিয়োগ ।

#### ২৬। বিয়োগ নামতা ।

বিয়োগের পৃথক নামতাব প্রয়োজন নাট। যোগ নামতা হইতেই বিয়োগ নামতা পাওয়া যায়। এবং তাহা পড়িবার প্রণালী একরূপ—

১ আব ১ দেয় ২ মিলিবে ।

১ আব ২ দেয় ৩ মিলিবে ।

১ আব ৩ দেয় ৪ মিলিবে ।

ইত্যাদি                      ইত্যাদি ।

১ আব ৯ দেয় ১০ মিলিবে ।

২ আব ১ দেয় ৩ মিলিবে ।

২ আব ২ দেয় ৪ মিলিবে ।

২ আব ৩ দেয় ৫ মিলিবে ।

ইত্যাদি                      ইত্যাদি ।

২ আব ৮ দেয় ১০ মিলিবে ।

২ আব ৯ দেয় ১১ মিলিবে ।

৩ আব ১ দেয় ৪ মিলিবে ।

৩ আব ২ দেয় ৫ মিলিবে ।

৩ আব ৩ দেয় ৬ মিলিবে ।

ইত্যাদি                      ইত্যাদি ।

৩ আব ৬ দেয় ৯ মিলিবে ।

৩ আব ৭ দেয় ১০ মিলিবে ।

৩ আব ৮ দেয় ১১ মিলিবে ।

৩ আব ৯ দেয় ১২ মিলিবে ।

ইত্যাদি—

২৭। যদি বিরোজন ও বিরোজ্য উভয় বাশিতে কোন একই বাশি যোগ করা যায় তাহা হইলে তাহাদের বিরোগফলের কোন পরিবর্তন হয় না, তাহা ঠিক থাকে।

$$\text{যথা, } \begin{array}{rcl} ৮ - ৫ & = & ৩, \\ ৮ + ২ - (৫ + ২) & = & ৩। \end{array}$$

ইহাৰ কাৰণ এটৈ যে, যে বাশিটি বিরোজন ও বিরোজ্য উভয় বাশিতে যোগ কৰা যায় তাহা আপনা হইতে আপনি বাধ বাব, স্ততবাং তদ্বাবা পূৰ্ণ বিরোগফলৰ কোন পৰিবৰ্তন ঘটে না।

২৮। **বিরোজ্যগোচর নিয়ম**।

বিরোজন ও বিরোজ্য অঙ্ক দ্বাবা একটাব নিম্নে অপবটিকে একপে লিখিবে যে ক্রমান্বয়ে এককেৰ নীচে একক, দশকেৰ নীচে দশক, শতকেৰ নীচে শতক পড়ে। নিম্নে একটি বেথা টানিয়া বিরোগ নামতাব সাহায্যে বিরোজন সংখ্যাব এককেৰ ঘৰেৰ অঙ্ক চইতে বিরোজ্যেৰ এককেৰ ঘৰেৰ অঙ্ক বাদ দিয়া যাক বাকি থাকে তাক ঐ বেথাৰ নীচে এককেৰ ঘৰে লিখিবে। বিরোজনেৰ দশকেৰ ঘৰেৰ অঙ্ক হইতে বিরোজ্যেৰ দশকেৰ অঙ্ক বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক দশকেৰ ঘৰে লিখিবে। এইরূপে নামেৰ শেষ ঘৰ পৰ্য্যন্ত হাইবে। যদি বিরোজন বাশিব কোন ঘৰেৰ অঙ্ক বিরোজ্যেৰ সেই ঘৰেৰ অঙ্ক হইতে ছোট হয় তবে সেই ছোট অঙ্কে ১০ যোগ কৰিয়া সেই ঘৰেৰ বিরোগ ক্রিয়া সম্পন্ন কৰিবে, এবং মোটেৰ উপৰ বিরোগফল ঠিক বাখিবাৰ নিমিত্ত বিরোজ্যে ও সেই ঘৰেৰ ১০, অর্থাৎ বিরোজ্যেৰ সেই ঘৰেৰ নামেৰ অঙ্কে ১, যোগ কৰিয়া সেই যোগফল তাতার উপৰেৰ বিরোজনেৰ অঙ্ক হইতে বাদ দিবে।

এই নিয়মেৰ হেতু নিম্নেৰ উদাহৰণ দুট্টে স্পষ্ট বুজা হাইবে। বিরোজন ও বিরোজ্যেৰ একক দশক প্রভৃতিৰ ঘৰেৰ অঙ্কগুলি পৃথক্ পৃথক্ বাদ দেওয়াট এই নিয়মেৰ মূল কথা।

$$৩০৫৮$$

$$\underline{২৭০}$$

$$২৭৮৫$$

এস্থলে এককেৰ ঘৰে বিরোজনেৰ ৮ হইতে বিরোজ্যেৰ ৩ বাদ দিয়া বাকি ৫ বসিল। দশকেৰ ঘৰে বিরোজনেৰ ৫ হইতে বিরোজ্যেৰ ৭ বাদ

দেওয়া যায় না। অতএব সেই ৫ অর্থাৎ ৫০ কে ১০ অর্থাৎ ১০০ যোগ দ্বারা ১৫ অর্থাৎ ১৫০ করিয়া তাহা হইতে ৭ অর্থাৎ ৭০ বাদ দিয়া বাকি যে ৮ অর্থাৎ ৮০ থাকে সেই ৮ অর্থাৎ ৮০ এই সংখ্যার দশকের ৮ দশকের ঘবে বসিল। কিন্তু বিয়োজনে ১০০ যোগ করা হইরাছে, অতএব বিয়োগফল অপবিবর্তিত রাখিবার নিমিত্ত বিয়োজ্যেও ১০০ যোগ করা আবশ্যক (২৭ দ্বারা ভূষ্টব্য), এইজন্য বিয়োজ্যের দশকের ঘবেব ২ অর্থাৎ ২০০ তাহাতে ১ অর্থাৎ ১০০ যোগ দ্বারা ৩ অর্থাৎ ৩০০ করা হয়। সেই ৩ বা ৩০০ বিয়োজনের ০ বা ০ শত চইতে বাদ দেওয়া যায় না, অতএব তাহা ১০ অর্থাৎ ১০ শত বা ১০০০ যোগ দ্বারা ১০ অর্থাৎ ১০০০ করিয়া তাহা হইতে ৩ বা ৩০০ বাদ দিয়া বাকি ৭ বা ৭০০ শতকের ঘবে বসিল। এবং বিয়োগফল ঠিক রাখিবার নিমিত্ত বিয়োজ্যে ১০০০ যোগ করিয়া সেট ১০০০ বিয়োজনের ৩০০০ হইতে বাদ দিয়া ১০০০ অর্থাৎ হাজারের ঘবেব ২ বিয়োগফলের হাজারের ঘবে বসিল।

উপরে কথিত প্রক্রিয়াগুলি সজ্ঞেপে অঙ্কদ্বারা নিম্নলিখিতরূপে প্রদর্শিত হইতে পারে। যথা

৩০৫৮ অর্থাৎ ৩০০০+৫০+৮ এই বাশি হইতে

২৭৩ অর্থাৎ ২০০+৭০+৩ এই বাশির বিয়োগ ফল,

৩০০০+১০০০+১০০+৫০+৮ এই বাশি হইতে

১০০০+ ২০০+১০০+৭০+৩ এই বাশির বিয়োগ ফলের তুল্য,

অর্থাৎ ৩০০০+১০০০+১৫০+৮ এই বাশি হইতে

১০০০+ ৩০০+ ৭০+৩ এই বাশির বিয়োগ ফলের তুল্য,

অর্থাৎ তাহা

= ২০০০+ ৭০০+ ৮০+৫

= ২৭৮৫।

বিয়োগ ক্রিয়ায় নিমিত্ত যে সংখ্যাগুলি বিয়োজন ও বিয়োজ্য উভয় রাশিতে যোগ করা গিয়াছে তাহাদের নিয়ে এক একটি বেণা টানা গিয়াছে।

২৯। বিরোধ ক্রিয়াৰ শুদ্ধতাৰ পৰীক্ষা ।

বিরোধ্য ও বাক্যৰ বোগকল যদি বিরোধনেৰে সহিত মিলে তবে বিরোধ ক্রিয়া শুদ্ধৰূপে হইয়াছে জানা যাইবে। কাৰণ, বিরোধন হইতে বিরোধ্য বাদ দিয়া বধন বাক্য পাওয়া গিয়াছে, তখন সেই বাক্য বিরোধ্যে বোগ কবিলে অবশ্যই পুনৰায় বিরোধন পাওয়া যাইবে।

৩০। একটি বড় সংখ্যা হইতে একটি ছোট সংখ্যা বাদ দিলে কত বাক্য থাকে, এই প্রশ্নের উত্তর দেওয়াই বিরোধ বিজ্ঞাপন মূল উদ্দেশ্য। কিন্তু সেই বিরোধ ক্রিয়া দ্বারা আর দুইটি প্রশ্নের উত্তর পাওয়া যায়। সেই প্রশ্ন দুইটি এই :—

১ম। একটি নির্দিষ্ট ছোট সংখ্যায় কত বোগ কবিলে একটি নির্দিষ্ট বড় সংখ্যা হইবে ?

২য়। একটি নির্দিষ্ট বড় সংখ্যা হইতে কত বাদ দিলে একটি নির্দিষ্ট ছোট সংখ্যা হইবে ?

নির্দিষ্ট বড় সংখ্যা হইতে ছোট সংখ্যাটি বাদ দিলে যে সংখ্যা বাকি থাকে তাহাই এই উত্তর প্রশ্নেরই উত্তর। কাৰণ—

বিরোধ্য + বাক্য - বিরোধন।

একটি বড় সংখ্যা হইতে একটি ছোট সংখ্যা বাদ দিলে যাহা বাকি থাকে তাহাই আবার সেই ছোট সংখ্যায় বোগ কবিলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায়, এবং তাহাই সেই বড় সংখ্যা হইতে বাদ দিলে সেই ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

৩১। কোন সংখ্যা হইতে ০ বাদ দিলে বাকি সেই সংখ্যাটি থাকে।

৩। উদাহরণমালা ।

১। নিম্নলিখিত বড় সংখ্যাগুলি হইতে ছোট সংখ্যাগুলি বাদ দিয়া  
বিয়োগ ফল নির্ণয় কর -

|     |        |     |        |     |       |     |    |     |    |
|-----|--------|-----|--------|-----|-------|-----|----|-----|----|
| (১) | ১৮     | (২) | ২৭     | (৩) | ৩০    | (৪) | ৪৭ | (৫) | ৬৭ |
|     | ১২     |     | ১৮     |     | ২০    |     | ৩৬ |     | ৪৯ |
| (৬) | ২০২১২২ | (৭) | ৪৮৪৯৫০ | (৮) | ৬৫৭৮৯ |     |    |     |    |
|     | ২৩২৪০  |     | ৫১৫২০  |     |       |     |    |     |    |

- ২। পঁচ শত অপেক্ষা পঁচ সহস্র কত বেশি ?
- ৩। পঁচ কোটি অপেক্ষা পঁচ লক্ষ কত কম ?
- ৪। ১০৩৯ হইতে বড় বাদ দিলে ৮৯০ হইবে ?
- ৫। ৫৬৭৮৯ হইতে কত বাদ দিলে ১২৩৪ হইবে ?

## চতুর্থ পল্লিচ্ছেদ।

## গুণন।

৩২। গুণন এক প্রকার ক্রমিক যোগ।

যথা,  $৩ \times ৫ = ৩ + ৩ + ৩ + ৩ + ৩$ ।

৩৩। কোন চুইটি সংখ্যার প্রথমটিকে গুণ্য ও দ্বিতীয়টিকে গুণক বলিয়া লইলে যে গুণ ফল হয়, দ্বিতীয়টিকে গুণ্য ও প্রথমটিকে গুণক বলিয়া লইলে ও গুণফল ঠিক তাহাই হইবে।

যথা,  $৪ \times ৩ = ১২$ ।

এবং,  $৩ \times ৪ = ১২$ ।

নিম্নলিখিতরূপে এই গুণন ক্রিয়াটি দেখিলেই উচ্চারণ কাণে স্পষ্ট বঝা যায়।

$$৪ \times ৩ = ৪ + ৪ + ৪$$

$$= ১ + ১ + ১ + ১$$

$$+ ১ + ১ + ১ + ১$$

$$+ ১ + ১ + ১ + ১$$

- ৪টি ১, ৩ সাব (ডাইনে বামে সাব)

- ৩টি ১, ৪ সাব (উপরে নাচে সাব)

$$= ৩ \times ৪$$

কিন্তু ইহা মনে রাখিতে হইবে যে উপরে যাহা বলা হইল তাহা কেবল অনবচ্ছিন্ন সংখ্যার গুণনে খাটে।

অবচ্ছিন্ন সংখ্যা বা বাশির গুণনে গুণকে অবশ্যই অনবচ্ছিন্ন বলিয়া লইতে হইবে, তাহা না হইলে গুণনের কোন অর্থই হয় না। ৪ টাকাকে ৩ দিয়া গুণ করা যায় কিন্তু ৪ টাকাকে ৩ টাকা দিয়া অথবা ৪কে ৩ টাকা দিয়া গুণ করা যায় না, কারণ ৪ টাকাকে ৩ টাকা বাব লওয়া অথবা ৪কে ৩ টাকা বাব লওয়ার কোন অর্থই নাই।

যদি ৪ টাকা কবির ৪টি বালকের প্রত্যেককে দেওয়া যায়, অথবা ৩ টাকা কবির ৪টি বালককে প্রত্যেককে দেওয়া যায় তাহা হইলে মোট কত টাকা দেওয়া গেল নির্ণয়ার্থে প্রথম স্থলে ৪ টাকাকে ৩ গুণ (৩ বালক গুণ নহে),

ও দ্বিতীয় স্থানে ৩ টাকাকে ৪ গুণ ( ৪ বাণক গুণ নহে ) কবিলে হট'৭, এবং গুণ বল উভয় স্থলেই ১২ টাকা হইবে ।

৩৪ । যে সংখ্যা কোন দুই বা ততোধিক সংখ্যার গুণনে উৎপন্ন তাহাকে **কৃত্রিম** সংখ্যা বলে । যে সংখ্যা কোন দুই সংখ্যার গুণ ফল নহে অর্থাৎ বাহ্যিক কোন উৎপাদক নাই তাহাকে **মৌলিক** সংখ্যা বলে ।

৩৫ । (১) কোন সংখ্যা কোন কৃত্রিম সংখ্যা দ্বারা গুণ কবিলে যে ফল হয় তাহা সেই কৃত্রিম সংখ্যার উৎপাদক শ্রেণি দ্বারা ক্রম্বাদায় গুণ কবিলে ৪ সেই ফল হয় ।

গুণনের অর্থ হটতে টহাব কাবণ বুঝা যায় ।

যথা,  $৩ = ৩ \times ১$

এবং  $৭ \times ১ = ৭ + ৭ + ৭ + ৭ + ৭ + ৭ + ৭ = ৪২$

$$= (৭ + ৭ + ৭) + (৭ + ৭ \times ৭)$$

$$(৭ \times ৩) \times ২$$

$$= ২১ \times ২$$

$$= ৪২ ।$$

(২) কোন সংখ্যার কোন এক শক্তি সেই সংখ্যার অপব কোন এক শক্তি দ্বারা গুণ কবিলে যে গুণ দণ হয় তাহা সেই সংখ্যার গুণ্য ও গুণকের শক্তি চিহ্ন দ্বয়ের যোগফল শক্তি । যথা,

$$৩৩ \times ৩২ = (৩ \times ৩ \times ৩) \times (৩ \times ৩)$$

$$= (৩ \times ৩ \times ৩ \times ৩ \times ৩)$$

$$= ৩^5$$

$$= ২৪৩ ।$$

৩৬ । পূর্বে বলা হইয়াছে কোন সংখ্যা • যোগ বা • বিয়োগে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায় না (২৫ ও ৩১ দ্বারা প্রতীতি) । কিন্তু কোন সংখ্যা • দ্বারা গুণ কবিলে গুণ ফল • হয় । কাবণ কোন সংখ্যা ১, ২ প্রভৃতি দ্বারা গুণনের অর্থ যেমন তাহা ১, ২ প্রভৃতি দ্বারা গ্রহণ করা, তেমনই তাহা • দ্বারা গুণনের অর্থ তাহা কোন বাবই না লওয়া অর্থাৎ আদৌ না লওয়া ।



৩৭। পূর্বে দেখান হইয়াছে কোন সংখ্যাব দক্ষিণে • বসাইলে তাহা দশগুণ বৃদ্ধি পায় (২১ দ্বারা গুণ্য)। অতএব কোন সংখ্যা ১০ দ্বারা গুণ করিতে হইলে তাহাব দক্ষিণে একটি • বসাইলেই হইবে। সেই নিয়মে কোন সংখ্যা ১০০, ১০০০ প্রভৃতি দ্বারা গুণ করিতে হইলে তাহাব দক্ষিণে দুইটি তিনটি প্রভৃতি • বসাইলেই গুণফল পাওয়া যাইবে।

৩৮। কোন সংখ্যা অপব দুইটি সংখ্যাব সমষ্টি দ্বারা গুণ করিলে যাহা হয়, সেই দুইটি সংখ্যা দ্বারা তাহা পৃথক পৃথক গুণ করিয়া সেই গুণ ফলদ্বয়েব সমষ্টি লইলেও ঠিক তাহাই হইবে।

$$\text{যথা, } ৬ \times (৩+২) = ৬ \times ৫ = ৩০,$$

$$৬ \times ৩ + ৬ \times ২ = (৬ + ৬ + ৬) + (৬ + ৬)$$

$$৬ + ১২ = ৩০।$$

### ৩৯। গুণনেব নামতা । (১)

| ১  | ২  | ৩  | ৪  | ৫   | ৬   | ৭   | ৮   | ৯   | ১০  |
|----|----|----|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ১  | ২  | ৩  | ৪  | ৫   | ৬   | ৭   | ৮   | ৯   | ১০  |
| ২  | ৪  | ৬  | ৮  | ১০  | ১২  | ১৪  | ১৬  | ১৮  | ২০  |
| ৩  | ৬  | ৯  | ১২ | ১৫  | ১৮  | ২১  | ২৪  | ২৭  | ৩০  |
| ৪  | ৮  | ১২ | ১৬ | ২০  | ২৪  | ২৮  | ৩২  | ৩৬  | ৪০  |
| ৫  | ১০ | ১৫ | ২০ | ২৫  | ৩০  | ৩৫  | ৪০  | ৪৫  | ৫০  |
| ৬  | ১২ | ১৮ | ২৪ | ৩০  | ৩৬  | ৪২  | ৪৮  | ৫৪  | ৬০  |
| ৭  | ১৪ | ২১ | ২৮ | ৩৫  | ৪২  | ৪৯  | ৫৬  | ৬৩  | ৭০  |
| ৮  | ১৬ | ২৪ | ৩২ | ৪০  | ৪৮  | ৫৬  | ৬৪  | ৭২  | ৮০  |
| ৯  | ১৮ | ২৭ | ৩৬ | ৪৫  | ৫৪  | ৬৩  | ৭২  | ৮১  | ৯০  |
| ১০ | ২০ | ৩০ | ৪০ | ৫০  | ৬০  | ৭০  | ৮০  | ৯০  | ১০০ |
| ১১ | ২২ | ৩৩ | ৪৪ | ৫৫  | ৬৬  | ৭৭  | ৮৮  | ৯৯  | ১১০ |
| ১২ | ২৪ | ৩৬ | ৪৮ | ৬০  | ৭২  | ৮৪  | ৯৬  | ১০৮ | ১২০ |
| ১৩ | ২৬ | ৩৯ | ৫২ | ৬৫  | ৭৮  | ৯১  | ১০৪ | ১১৭ | ১৩০ |
| ১৪ | ২৮ | ৪২ | ৫৬ | ৭০  | ৮৪  | ৯৮  | ১১২ | ১২৬ | ১৪০ |
| ১৫ | ৩০ | ৪৫ | ৬০ | ৭৫  | ৯০  | ১০৫ | ১২০ | ১৩৫ | ১৫০ |
| ১৬ | ৩২ | ৪৮ | ৬৪ | ৮০  | ৯৬  | ১১২ | ১২৮ | ১৪৪ | ১৬০ |
| ১৭ | ৩৪ | ৫১ | ৬৮ | ৮৫  | ১০২ | ১১৯ | ১৩৬ | ১৫৩ | ১৭০ |
| ১৮ | ৩৬ | ৫৪ | ৭২ | ৯০  | ১০৮ | ১২৬ | ১৪৪ | ১৬২ | ১৮০ |
| ১৯ | ৩৮ | ৫৭ | ৭৬ | ৯৫  | ১১০ | ১৩০ | ১৫২ | ১৭১ | ১৯০ |
| ২০ | ৪০ | ৬০ | ৮০ | ১০০ | ১২০ | ১৪০ | ১৬০ | ১৮০ | ২০০ |

(২)

|    | ১১  | ১২  | ১৩  | ১৪  | ১৫  | ১৬  | ১৭  | ১৮  | ১৯  | ২০  |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| ১১ | ১২১ | ১৩২ | ১৪৩ | ১৫৪ | ১৬৫ | ১৭৬ | ১৮৭ | ১৯৮ | ২০৯ | ২২০ |
| ১২ |     | ১৪৪ | ১৫৬ | ১৬৮ | ১৮০ | ১৯২ | ২০৪ | ২১৬ | ২২৮ | ২৪০ |
| ১৩ |     |     | ১৬৯ | ১৮২ | ১৯৫ | ২০৮ | ২২১ | ২৩৪ | ২৪৭ | ২৬০ |
| ১৪ |     |     |     | ১৮৬ | ২১০ | ২২৪ | ২৩৮ | ২৫২ | ২৬৬ | ২৮০ |
| ১৫ |     |     |     |     | ২১৫ | ২৪০ | ২৫৫ | ২৭০ | ২৮৫ | ৩০০ |
| ১৬ |     |     |     |     |     | ২৪৬ | ২৭২ | ২৮৮ | ৩০৪ | ৩২০ |
| ১৭ |     |     |     |     |     |     | ২৮৯ | ৩০৬ | ৩২৩ | ৩৪০ |
| ১৮ |     |     |     |     |     |     |     | ৩১৮ | ৩৪২ | ৩৬০ |
| ১৯ |     |     |     |     |     |     |     |     | ৩৬১ | ৩৮০ |
| ২০ |     |     |     |     |     |     |     |     |     | ৪০০ |

১০। **গুণনের নিয়ম।** গুণ্যের নীচে গুণকে এককপে লিখ যে এককের নীচে একক দশকের নীচে দশক ইত্যাদি সমান ঘরের নীচে সমান থব পাচ্ছে। নিম্নে একটি বেধা টান।

তাঁর পর গুণকের এককের ঘরের অঙ্ক দ্বারা গুণ্যের এককের অঙ্ক গুণ করিয়া প্রত্যয়ের এককের অঙ্ক গুণকের এককের নিম্নে লিখ। ঐ প্রত্যয়ের দশকের অঙ্ক গুণকের এককের অঙ্ক দ্বারা গুণ্যের দশকের অঙ্ক গুণনে যে গুণফল হয় তাহাতে যোগ করিয়া যোগফলের এককের অঙ্ক গুণকের দশকের নিম্নে লিখ। ঐ যোগফলের দশকের অঙ্ক গুণকের এককের অঙ্ক দ্বারা গুণ্যের শতকের অঙ্ক গুণনে যে গুণফল হয় তাহাতে যোগ করিয়া যোগফলের এককের অঙ্ক গুণকের শতকের নিম্নে লিখ। এইরূপে গুণকের এককের অঙ্ক দ্বারা গুণ্যের বামের শেষ অঙ্ক পর্য্যন্ত ক্রমশঃ গুণ করিয়া গঠিবে।

তার পৰ উক্তরূপে গুণকের দশকের ঘবেব অঙ্ক দ্বাৰা গুণ্যেব এককের ঘৰ হইতে প্রত্যেক অঙ্কের গুণ কৰিয়া গুণফল প্রথম পংক্তিব নিম্নে এইরূপে লিখিবে যে এককের অঙ্ক উপবেব পংক্তিব দশকের ঘবেব নীচে বসে ।

এইরূপে ক্রমে গুণকের বামেব শেষ ঘরের অঙ্ক পর্যন্ত যাইবে । তদনন্তৰ সমস্ত পংক্তিগুলি যোগ কৰিবে । এবং সেই যোগফলই ঐ গুণ্য ও গুণকের গুণফল জানিবে ।

এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহৰণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে । গুণকের প্রত্যেক ঘবেব অঙ্ক দ্বাৰা গুণ্যেব গুণন কৰিয়া যে যে গুণফল হয়, তাহার সমষ্টি গ্রহণে প্রকৃত গুণফল পাওয়া যায়, এই কথাই ( ৩৮ দ্বাৰা দ্রষ্টব্য ) এই নিয়মেব মূল কথা ।

উদাহৰণ । ৭৫৩কে ৩২৫ দ্বিগু গুণ কৰ ।

নিয়মানুসারে প্রক্রিয়া ।

প্রক্রিয়ার পূর্ণ আকার ।

|        |         |        |            |
|--------|---------|--------|------------|
| ৭৫৩    | ৭০০+    | ৫০+    | ৩          |
| ৩২৫    | ৩০০+    | ২০+    | ৫          |
| ৩৭৬৫   | ৩০০০+   | ২৫০+   | ১৫= ৩৭৬৫   |
| ১৫০৬   | ১৪০০০+  | ১০০০+  | ৬০= ১৫০৬০  |
| ২২৫৯   | ২১০০০০+ | ১৫০০০+ | ৯০= ২২৫৯০০ |
| ২৪৩৭২৫ | ২৪৩৭২৫  |        |            |

৪১ । গুণন ক্রিয়ার শুদ্ধতার পরীক্ষা ।

গুণ্যেব অঙ্কগুলি যোগ করিয়া যোগফল হইতে বক্তব্য ৯ বাদ দেওয়া যায় ততবার ৯ বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক একটি চেবা কাটিয়া তাহার বামে লিখ । গুণকের অঙ্কের সমষ্টি হইতে ঐরূপে ৯ বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক চেবাব দক্ষিণেব ঘরে লিখ । এই চাই বাকি অঙ্কের গুণফলের অঙ্ক সমষ্টি হইতে ঐরূপে ৯ বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক চেবাব উপবেব ঘবে লিখ । পরিশেষে গুণ্য ও গুণকের গুণফলেব অঙ্ক সমষ্টি হইতে ঐরূপে ৯ বাদ দিয়া বাকি অঙ্ক চেবাব নীচেব ঘবে লিখ । যদি চেবাব উপবেব ও নীচেব ঘবেব অঙ্ক সমান হয় তবে সম্ভবতঃ গুণন ক্রিয়া শুদ্ধরূপে হইয়াছে বলা যাইবে ।

৪২। এই পৰীক্ষাকে ৯ বার বেগরা পরীক্ষা বলে। ইহাব চেতু নিজে দেপান যাইতেছে।

প্রথমতঃ এই কথাটি প্রতিপন্ন কবিত্তে হইবে যে, কোন সংখ্যা ও তাহার অঙ্কেব সমষ্টি উভয়কে ৯ দিয়া ভাগ করিলে উভয় ভাগশেব সমান হইবে।

নষ্টান্ত স্বরূপ ৫৪৭ এই সংখ্যাটি লওয়া যাউক।

$$\begin{aligned} ৫৪৭ &= ৫০০ + ৪০ + ৭ \quad ৫ \times ১০০ + ৪ \times ১০ + ৭ \\ &= ৫ \times (৯৯ + ১) + ৪ \times (৯ + ১) + ৭ \\ &= ৫ \times (৯ \times ১১ + ১) + ৪ \times (৯ \times ১ + ১) + ৭ \\ &= ৫ \times ৯ \times ১১ + ৫ + ৪ \times ৯ \times ১ + ৪ + ৭ \\ &= ৯ \times (৫ \times ১১ + ৪ \times ১) + ৫ + ৪ + ৭ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ৫৪৭ - ৯ &= ৯ \times (৫ \times ১১ + ৪ \times ১) - ৯ + (৫ + ৪ + ৭) - ৯ \\ &= ৫ \times ১১ + ৪ \times ১ + (৫ + ৪ + ৭) - ৯। \end{aligned}$$

অতঃপা ৫৪৭ কে ৯ দিয়া ভাগ কবিলে বস্ত বাকি থাকে,

৫ + ৪ + ৭কে ৯ দিয়া ভাগ কবিলে ঠিক তাড়াই বাকি থাকিবে।

সাধাবণতঃ যে কোন সংখ্যা 'স' চিহ্ন দ্বারা প্রকাশ করা যাউক, এবং তাহার একক, দশক, শতক ইত্যাদি ঘবেব অঙ্কগুলি ক্রমশ অ, অ<sub>১</sub>, অ<sub>২</sub>, ইত্যাদি দ্বারা প্রকাশ করা যাউক। তাহা হইলে

$$\begin{aligned} S &= অ + অ_১ \times ১০^১ + অ_২ \times ১০^২ + অ_৩ \times ১০^৩ + \quad (২০ ধারা) \\ &= অ + অ_১ \times (৯ + ১) + অ_২ \times (৯৯ + ১) + অ_৩ \times (৯৯৯ + ১) + \\ &= ৯ \times অ_১ \times ১ + ৯ \times অ_২ \times ১১ + ৯ \times অ_৩ \times ১১১ + \\ &\quad + অ + অ_১ + অ_২ + অ_৩ + \\ &= ৯ \times (অ_১ \times ১ + অ_২ \times ১১ + অ_৩ \times ১১১ + ) \\ &\quad + অ + অ_১ + অ_২ + অ_৩ + . \\ &= ৯ \times ক + অ + অ_১ + অ_২ + অ_৩ + , \end{aligned}$$

$$\text{বাকি} = অ_১ \times ১ + অ_২ \times ১১ + অ_৩ \times ১১১ + ।$$

$$\therefore s \div 2 = 2 \times ক \div 2 + (অ + অ_1 + অ_2 + অ_3 + \dots) \div 2 \\ = ক + (অ + অ_1 + অ_2 + অ_3 + \dots) \div 2$$

সুতরাং  $s \div 2$  ইহার ভাগশেষ ও  $(অ + অ_1 + অ_2 + অ_3 + \dots) \div 2$ ,  
ইহার ভাগশেষ একই হইবে ।

এখন মনে কব

$$\text{গুণ্য} = s = অ + অ_1 \times 10^1 + অ_2 \times 10^2 + অ_3 \times 10^3 + \dots$$

$$\text{গুণক} = 2 = অ' + অ'_1 \times 10^1 + অ'_2 \times 10^2 + অ'_3 \times 10^3 + \dots$$

এহলে মনে রাখিতে হইবে যে 'স' ও 'স' সম্পূর্ণ বিভিন্ন দুটি সংখ্যা, এবং  
অ ও অ', অ\_1 ও অ'\_1, অ\_2 ও অ'\_2, ইত্যাদি পদসমূহ বিভিন্ন ।

অ, অ\_1, অ\_2 প্রভৃতি যেমন s সংখ্যার একক দশক শতকান্নি হবেব অঙ্ক,  
অ' অ'\_1 অ'\_2 প্রভৃতি তেমনই s' সংখ্যার একক দশক শতকান্নি হবেব অঙ্ক, এই  
পর্যন্ত তাহাদের সাম্য ।

তাহা হইলে

$$s = 2 \times ক + (অ + অ_1 + অ_2 + অ_3 + \dots) = 2 \times ক + 2 \times থ + গ,$$

$$s' = 2 \times ক' + (অ' + অ'_1 + অ'_2 + অ'_3 + \dots) = 2 \times ক' + 2 \times থ' + গ',$$

$$\text{যদি } অ + অ_1 + অ_2 + অ_3 + \dots = 2 \times থ + গ$$

$$\text{এবং } অ' + অ'_1 + অ'_2 + অ'_3 + \dots = 2 \times থ' + গ'।$$

$$s \times s' = \{2 \times (ক + থ) + গ\} \times \{2 \times (ক' + থ') + গ'\} \\ = \{2 \times (ক + থ) + গ\} \times 2 \times (ক' + থ') \\ + 2 \times (ক + থ) \times গ' + গ \times গ'।$$

সুতরাং  $s \times s'$  অর্থাৎ গুণ ফল বা তাহার অঙ্ক সমষ্টি ২ দ্বারা ভাগ করিলে  
বে ভাগশেষ থাকে তাহা,  $গ \times গ'$  অর্থাৎ গুণ্যের ও গুণকের অঙ্ক সমষ্টির ২  
দ্বারা ভাগ করার ভাগশেষ হবেব গুণফল ২ দ্বারা ভাগ করিলে বে ভাগশেষ  
থাকে তাহার, সমান হইবে ।

উপরেৰ উদাহৰণে এই পৰীক্ষা খাটাইলৈ পাৰ্শ্বৰ লিখিত আকাৰ ধাৰণ কৰিব।



উপৰে ৬ নিম্নে ৬ আছে অতএব গুণন সম্ভবতঃ ঠিক হইয়াছে।

গুণন ক্ৰিয়ায় ৯এৰ ভুল অথবা অঙ্কেৰ স্থান পৰিবৰ্ত্তনেৰ ভুল এ পৰীক্ষায় দৰা পড়িলে না।

### ৪ উদাহৰণ মালা ।

- ১। ১২৩ কে ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ দিয়া গুণ কৰ।
- ২। ৭৭৯ কে ১০, ১১, ১২, ১৩, ১৪ ।
- ৩। ১০১৪৫৬৭৭৯ কে ১২০, ৪৫৬, ৭৮৯ ।
- ৪। ১০০২০০০০০ কে ৪০০৫, ৬০০৭ ।
- ৫।  $১ \times ২ \times ৩ \times ৪ \times ৫ \times ৬ \times ৭ \times ৮ \times ৯$  কত হয় ?
- ৬।  $২ \times ৪ \times ৬ \times ৮ \times ১০$  কত হয় ?
- ৭।  $১ \times ৩ \times ৫ \times ৭ \times ৯$  কত হয় ?

## পঞ্চম পরিচ্ছেদ ।

## ভাগ ।

৪৩। ভাগ ক্রিয়ার দুইটি অর্থ আছে,

(১) ভাজ্যের মধ্যে ভাজক কত বার যায়, (২) ভাজকে ভাজক সংখ্যক ভাগে ভাগ করিলে প্রত্যেক ভাগ কত হইবে। একে ১ দিয়া ভাগ কর বলিলে প্রথমতঃ “১ এই সংখ্যার মধ্যে ১ কত বার আছে নির্ণয় কর” এই বুঝাইতে পারে, ও তাহার উত্তর “২ বার”। অথবা ঐ কথা বলিলে দ্বিতীয়তঃ “১ কে ৩ ভাগে ভাগ করিলে প্রত্যেক ভাগ কত হইবে নির্ণয় কর” এই বুঝাইতে পারে, ও তাহার উত্তর “২”। ভাগ বল উভয় অর্থেই একই সংখ্যা হইতেছে, কিন্তু তাহার অর্থ দুইটি স্পষ্ট পৃথক্। প্রথমোক্ত স্থলে ভাগ ফল ‘২ বার’, দ্বিতীয়োক্ত স্থলে ভাগ ফল ২ এই বাশি, এবং ভাজ্য যে প্রকার বাশি ভাগ বল ও সেই প্রকারেব বাশি।

অবশ্য রাখিতে হইবে ভাগ ক্রিয়ার সকল স্থলেই উক্ত উভয় অর্থ বুঝাইবে না। কোন স্থলে উভয় অর্থই বুঝাইবে, কোথাও কেবল প্রথমোক্ত অর্থ আর কোথাও কেবল দ্বিতীয়োক্ত অর্থ বুঝাইবে, আবার কোথাও কোন অর্থই বুঝাইবে না। যথা ‘১ কে ২ দিয়া ভাগ কর’ বলিলে উভয় অর্থই বুঝাইতে পারে। ‘১ টাকাকে ২ টাকা দিয়া ভাগ কর’ বলিলে কেবল প্রথমোক্ত অর্থ বুঝাইবে। ‘১ টাকাকে ২ দিয়া ভাগ কর’ বলিলে কেবল দ্বিতীয়োক্ত অর্থ বুঝাইবে। এবং ‘১ এই অনবচ্ছিন্ন রাশিকে ২ টাকা দিয়া ভাগ কর’ বলিলে কোন অর্থই বুঝাইবে না, কারণ ঐ কথার কোন অর্থ নাই।

৪৪। গুণন যেমন ক্রমিক যোগ, ভাগ প্রথমোক্ত অর্থে তেমনিই ক্রমিক বিয়োগ। যথা, ১ বা ৭ কে ২ দিয়া ভাগ করিতে গেলে দেখা যায়  $১-২-১-২=০$ ,  $৭-২-২-২=১$ । অর্থাৎ প্রথম স্থলে ১ এই সংখ্যার মধ্যে ২ তিন বার যায় এবং আর কিছু বাকি থাকে না, এবং দ্বিতীয় স্থলে ৭ এই সংখ্যার মধ্যে ২ তিন বার যায় আর ১ বাকি থাকে, অর্থাৎ প্রথম স্থলে ভাগ ফল ৩ এবং ভাগশেষ ০, দ্বিতীয় স্থলে ভাগ ফল ৩ এবং ভাগশেষ ১।

৪৫। (১) কোন সংখ্যা কোন কৃত্রিম সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগ ফল হয়, তাহা সেই কৃত্রিম সংখ্যার উৎপাদক শ্রেণি দ্বারা ক্রমায়ত্তে ভাগ করিলে ও সেই ভাগ ফল হইবে। ভাগশেষ থাকিলে ক্রমায়ত্তে বিভাগ স্থলে তাহা নিরূপণের একটি বিশেষ নিয়ম আছে, পরে বলা যাইবে।

(১) উদাহরণ।  $৩ = ৩ \times ১,$

$$১৮ - ৩ = ১৫,$$

$$(১৮ - ৩) \div ২ = ১৫ \div ২ = ৭।$$

অর্থাৎ কোন সংখ্যার কৃত্তীরাংশের দ্বিতীরাংশ অবশ্যই তাহার ষষ্ঠাংশ হইবে, সুতরাং ১৮ এই সংখ্যার কৃত্তীরাংশ বা ৩ এবং দ্বিতীরাংশ বা অর্ধেক অবশ্যই ১৮ এই সংখ্যার ষষ্ঠ ভাগের এক ভাগ বা ৩ হইবে।

(২) যেস্থলে ভাগ শেষ পাবে তাহা বিশেষ বিবেচ্য। যথা,

$$১৭ - ১ = ১৬ \text{ এবং ভাগ শেষ } ৫।$$

$$(১৭ - ১) - ১ = (১৬ \text{ এবং ভাগ শেষ } ২) - ১$$

$$= ১৫ - ১ \text{ এবং ভাগ শেষ } ২$$

$$= ১৪ \text{ এবং ভাগ শেষ } ১$$

এবং প্রথম ভাগ শেষ ২।

$$\text{অর্থাৎ } ১৭ - ৫ \times ৩ + ২$$

$$= (২ \times ২ + ১) \times ৩ + ২$$

$$= ২ \times ২ \times ৩ + ১ \times ৩ + ২$$

$$= ২ \times ৬ + ৫।$$

অর্থাৎ ক্রমায়ত্তে বিভাগে প্রকৃত ভাগ শেষ = প্রথম ভাগ শেষ

+ প্রত্যেক পরবর্তী ভাগ শেষ

$\times$  তৎপূর্ববর্তী ভাগের গুণ ফল।

(৩) কোন সংখ্যার কোন এক শক্তি সেই সংখ্যার অপর কোন এক নূনতর শক্তি দ্বারা ভাগ করিলে যে ভাগ ফল হয় তাহা সেই সংখ্যার ভাজ্য ও ভাজকের শক্তি চিরায়ত্তে বিয়োগ ফল শক্তি।



$$\begin{aligned}
 \text{যথা, } 3 \div 3 &= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \div (3 \times 3) \\
 &= (3 \times 3) \times (3 \times 3) \div (3 \times 3) \\
 &= (3 \times 3) \\
 &= 3^2 \\
 &= 3 \\
 &= 3
 \end{aligned}$$

১৬। পূর্বে বলা হইয়াছে, কোন সংখ্যা • যোগ বা বিয়োগে বৃদ্ধি বা হ্রাস পায় না, এবং • দ্বারা গুণ করিলে গুণ ফল • হয়। (২৪, ৩১ ও ৩৬ বাধা দ্রষ্টব্য)। এখন দেখা যাউক কোন সংখ্যা • দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ কি হয়।

কোন সংখ্যার দ্বারা ভাগ করার অর্থ কি উহাট প্রথম চিন্তাত্মক। ভাগের অর্থ ভাজ্যের মধ্যে ভাজক কত বাব যাইতে পারে, অর্থাৎ ভাজ্যকে কত গুণ করিলে ভাজ্যের তুল্য হয় তাহা নির্ণয় করা। অতএব কোন সংখ্যা • দ্বারা ভাগ করার অর্থ এই হইবে যে • কত গুণ করিলে সেই সংখ্যা হইয়া তাহা নির্ণয় করা। কিন্তু • যত গুণ করা যাউক গুণ ফল • হইবে অল্প কোন সংখ্যা হইতে পারে না। সুতরাং • দ্বারা ভাগের সহজ কোন অর্থ হয় না। তবে কোন সংখ্যা ছোট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ ফল বড় হইবে এবং ভাজক যত ছোট হইবে ভাগ ফল তত বড় হইতে থাকে। যথা কাম সংখ্যা ১ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যাট হইবে। ১ এর শতাংশের একাংশ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যার শত গুণ হইবে। ১ এর শতাংশের একাংশ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যার শত গুণ হইবে। ১ এর সহস্রাংশের একাংশ দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যার সহস্র গুণ হইবে। ইত্যাদি।

এই ভাবে দেখিলে, যদি শূন্যকে ক্ষুদ্রতম সংখ্যা বলা যায় এবং পূন বা অনন্তকে (তাহার চিহ্ন এই ০০) বৃহত্তম সংখ্যা বলা যায়, তাহা হইলে সূক্ষ্মে বলিতে গেলে কোন সংখ্যা শূন্য • দিয়া ভাগ করিলে ভাগ ফল অনন্ত ০০ হইবে একথা বলা যাইতে পারে। কিন্তু এ কথা বলিতে গেলে

একটি বিচিত্র ফল ঘটে। যথা,

$$১ - ০ = ০, ২ \div ০ = ০, ১০০ - ০ = ০০ \text{ ইত্যাদি।}$$

শূন্য দ্বারা ভাগ সম্বন্ধে ভাষ্যবাচ্যার্থে বীজগণিতে একটি সুন্দর শ্লোক আছে<sup>১</sup> তাহাৰ বঙ্গানুবাদ এই,

“শূন্য দিয়া কোন বাশি বিভাগ কবিলে,  
সে বিভাগে অনন্ত যে ভাগ বল মিলে,  
ভাজ্য বাশি হ্রাস বৃদ্ধি যতই পাইবে,  
অনন্ত সে ভাগ ফল সমান বহিবে,  
চূত বৃন্দ সজি গোসি ব্রহ্ম সনাতন,  
সৃষ্টির উত্ত'কালে অক্ষর যেমন ॥”

•

৪৭। কোন সংখ্যা ১০ দ্বারা ভাগ কবিলে ভাগ ফল সেই সংখ্যার এককের ঘবেব অঙ্ক বাদ দিয়া যাত্রা থাকে তাহাই হইবে, এবং ভাগ শেষ সেই এককের ঘবের অঙ্কট হইবে।

উদাহৰ কাবণ নিম্নেব উদাহৰণ হইতে স্পষ্ট দেখা যাইবে।

কোন একটি সংখ্যা লওয়া যাউক, যথা ৩৬৮।

$$৩৬৮ = ৩৬০ + ৮ = ৩৬ \times ১০ + ৮।$$

$$৩৬৮ - ১০ = (৩৬ \times ১০ + ৮) - ১০$$

$$= ৩৬ \text{ ভাগ ফল এবং } ৮ \text{ ভাগ শেষ।}$$

৪৮। ভাজ্য = ভাজক  $\times$  ভাগ ফল + ভাগ শেষ, কাবণ ভাগেব মধ্যে ভাজক উক্ত সংখ্যা যত বার যাইতে পারে তাহাই ভাগ ফল এবং তাহাৰ পৰ যাহা বাকি থাকে তাহাই ভাগ শেষ।

৪৯। **ভাগের নিয়ম**। ভাজ্যেব বামে ও দক্ষিণে চইটি বক্র বেখা টানিয়া বামেব বেখাৰ বামে ভাজকে লিখ। ভাজ্যেব বাম দিক চইতে ন্যূন করে যে কয়েকটি অঙ্ক লইলে ভাজকেব অন্যান্য একটি সংখ্যা হয় সেই কয়েকটি অঙ্কে যে সংখ্যা হয় তাহাকেই ভাজ্য মনে করিয়া তদ্বোধো ভাজক কত বার আছে স্থিৰ কবিয়া তদ্বোধক অঙ্ক ভাজ্যেব দক্ষিণেব বেখাৰ দক্ষিণে

১ অদ্বিঃ বিকারঃ যঃ ৯ ন রাশাঃ বসিঃ প্রবিষ্টেঃ পি নিঃসৃতেন্।

যতযপি ভাজকঃ সৃষ্টিকালেঃ ন ভেদ্যতে চূড়ান্তেণৈব যতঃ। ১। ১। ১।

লিখ । সেই অঙ্কটি ভাগ কলেব বামের প্রথম অঙ্ক । তদ্বারা ভাজককে গুণ করিয়া গুণফল পূর্বোক্ত যে সংখ্যাকে প্রথম ভাজ্য মনে করা হইয়াছে, তাহা হইতে বিয়োগ করিয়া বিয়োগ ফল তদ্বিধে লিখ ।

ভাজ্যেব যে অঙ্ক পর্যন্ত লওয়া হইয়াছে তাহার দক্ষিণেব অঙ্কটি ঐ বিয়োগ ফলের দক্ষিণে লিখিয়া যে সংখ্যা হয় তাহাকে ভাজ্য মনে করিয়া তদ্বাধ্য ভাজক কত বার আছে স্থিৰ করিয়া তদ্বোধক অঙ্কটি ভাজ্যের দক্ষিণে পূৰ্ব লিখিত অঙ্কের দক্ষিণে লিখ । সেই অঙ্কটি ভাগ কলেব দ্বিতীয় অঙ্ক । তদ্বারা ভাজককে গুণ করিয়া গুণফল পূর্বোক্ত যে সংখ্যা দ্বিতীয় বাবেব ভাজ্য মনে কবিয়াছ তাহা হইতে বিয়োগ কবিয়া বিয়োগ ফল তদ্বিধে লিখ । ভাজ্যেব যে অঙ্ক পর্যন্ত লওয়া হইয়াছে তাহাব দক্ষিণের অঙ্ক শেষোক্ত বিয়োগ ফলের দক্ষিণে লিখিয়া যে সংখ্যা হয় তাহাকে এই বার ভাজ্য মনে কবিয়া পূৰ্ববৎ কাৰ্য্য কৰ । এইরূপে যতক্ষণ ভাজ্যেব দক্ষিণেব শেষ অঙ্ক লওয়া না হয় ততক্ষণ পূৰ্ববৎ কাৰ্য্য কৰিবে । এবং শেষেব বিয়োগফল ভাগশেষ বলিয়া জানিবে । যে সংখ্যাটিকে দ্বিতীয় বা অল্প কোন বারের ভাজ্য মনে করিলে, তাহা যদি ভাজকের ন্যূন হয়, তবে ভাগ কলেব শেষ প্রাপ্ত অঙ্কেব দক্ষিণে শূন্য লিখিয়া, সেই বারের যে সংখ্যাকে ভাজ্য মনে কবিয়াছিলে তাহাব দক্ষিণে মূল ভাজ্যের পূৰ্ব আনীত অঙ্কেব দক্ষিণেব অঙ্কটি লিখিবে, এবং তাহাতে যে সংখ্যাটি হইল তাহাকে ভাজ্য মনে কবিয়া তদ্বাধ্য ভাজক কত বার আছে স্থিৰ কবিয়া তদ্বোধক অঙ্ক ভাগ কলেব যে যে অঙ্ক লিখিত হইয়াছে তাহাব দক্ষিণে লিখিবে ।

এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহরণেব সংখ্যা বিয়োগ দৃষ্টে ন্যষ্ট বুঝা যাইবে ।

উদাহরণ—২০০৭২২কে ৬৫৪ দ্বিগু ভাগ কর ।

$$\begin{array}{r} ৬৫৪ \overline{) ২০০৭২২} \quad (৩০৭ \\ \underline{১৯৬২} \phantom{০০} \\ ৪৫২২ \\ \underline{৪৫৭৮} \\ ২১ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} ৬৫৪ \overline{) ২০০৭০০ + ২০ + ২০} \quad (৩০০ + ০ + ৭ \\ \underline{১৯৬২০০} \phantom{০০} \\ ৪৫০০ \\ \underline{২০} \\ ৪৫২০ \\ \underline{২} \\ ৪৫২২ \\ \underline{৪৫৭৮} \\ ২১ \end{array}$$

৫০। ভাগ ক্রিয়ার শুদ্ধতার পরীক্ষা।

ভাজক ভাজ্যে যত বার আছে ভাজকের ততগুণ লইয়া সেই গুণ ফলে ভাগ শেষ যোগ করিলে যোগ ফল ভাজ্যের সহিত সমান হইবে। অতএব ভাজক  $\times$  ভাগফল + ভাগশেষ যদি ভাজ্যের সমান হয় তাহা হইলে ভাগ ক্রিয়া শুদ্ধরূপে সম্পন্ন হইয়াছে স্থির করা যাইবে।

৫। উদাহরণমালা।

- ১। ১২৩৪কে ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ দিয়া ভাগ কব।
- ২। ৭৮৯কে ১০, ১১, ১২, ১৩ দিয়া ভাগ কব।
- ৩। ১২৩৪৫৬কে ৭৮৯ দিয়া ভাগ কব।
- ৪। ১২৩৪৫৬৭৮৯কে ৫, ১০, ১৫, ২০ দিয়া ভাগ কর।
- ৫। ৯৮৭৬৫৪৩২১কে ১২৩৪৫ দিয়া ভাগ কব।
- ৬। ১০২০৩০৪কে ১০, ২০, ১০১, ১০২ দিয়া ভাগ কর।

## ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ ।

মৌলিক ক্রিয়া চতুষ্টয় সম্বন্ধে বিবিধ প্রশ্ন ।

গুণনীয়ক ও গুণিতক ।

৫১। বোগ ও বিরোগ ক্রিয়া দ্বারা চুটি সংখ্যায় বোগ কল কত হয় ও একটি সংখ্যা আৰ একটি তদপেক্ষা বড় সংখ্যা হইতে বাদ দিলে কত বাকি থাকে তাহা জানা যায়। কিন্তু বোগ বিরোগ সম্বন্ধে অল্প প্রকাৰ প্রশ্ন ও উঠিতে পারে। যথা—

(১) প্রশ্ন। একটি সংখ্যাতে কত বোগ কবিলে তদপেক্ষা বড় দ্বাৰ একটি সংখ্যা পাওয়া যায় ?

উত্তৰ। বড় সংখ্যা হইতে ছোট সংখ্যাটি বাদ দিলে দ্বাৰা বাকি থাকে তাহাই ছোট সংখ্যাটিতে বোগ কবিলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

উদাহৰণ। ১৫ তে কত বোগ কবিলে ২০ হয় ?

$$২০ - ১৫ = ৫, \text{ অতএব প্রশ্নের উত্তর } ৫।$$

প্রমাণ।  $১৫ + ৫ = ২০।$

(২) প্রশ্ন। একটি সংখ্যা হইতে কত বাদ দিলে তদপেক্ষা ছোট আৰ একটি সংখ্যা পাওয়া যায় ?

উত্তৰ। বড় সংখ্যা হইতে ছোট সংখ্যাটি বাদ দিলে বাকি থাকে তাহাই বড় সংখ্যা হইতে বাদ দিলে ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

উদাহৰণ। ২০ হইতে কত বাদ দিলে ১৫ হয় ?

$$২০ - ১৫ = ৫, \text{ অতএব প্রশ্নের উত্তর } ৫।$$

প্রমাণ।  $২০ - ৫ = ১৫।$

৫২। গুণ ও ভাগ সম্বন্ধেও ঐরূপ দু'বাইয়া প্রশ্ন করা যাইতে পারে। যথা—

(১) প্রশ্ন। কোন একটি সংখ্যাকে কত দ্বিগুণ গুণ কবিলে আৰ একটি বড় সংখ্যা পাওয়া যায় ?

উত্তৰ। বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যা দ্বিগুণ ভাগ কবিলে ভাগ বল দ্বাৰা হয় সেই সংখ্যা দ্বিগুণ ছোট সংখ্যাকে গুণ কবিলে বড় সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

উদাহরণ । ১২ কে কত দ্বিগুণ গুণ করিলে ৮৪ হয় ?

$$৮৪ \div ১২ = ৭, \text{ অতএব প্রশ্নের উত্তর ৭।}$$

প্রমাণ ।  $১২ \times ৭ = ৮৪।$

(২) প্রশ্ন । কোন একটি সংখ্যাকে কত দ্বিগুণ ভাগ করিলে আর একটি ছোট সংখ্যা পাওয়া যায় ?

উত্তর । ছোট সংখ্যা দ্বিগুণ বড় সংখ্যাটিকে ভাগ করিলে ভাগ দল যাহা হয়, সেই সংখ্যা দ্বিগুণ বড় সংখ্যাটিকে ভাগ করিলে ছোট সংখ্যাটি পাওয়া যায়।

উদাহরণ । ৮৪ কে কত দ্বিগুণ ভাগ করিলে ১২ হয় ?

$$৮৪ \div ১২ = ৭, \text{ অতএব প্রশ্নের উত্তর ৭।}$$

প্রমাণ ।  $৮৪ \div ৭ = ১২।$

শোভাক্ষর চুটটি প্রশ্নে ভাগাংশের থাকিবে না অমুনাশ করিবা নগ্না গিয়াত ।

৭৩। মৌলিক ক্রিয়া চতুর্দশ লইয়া আর এক প্রকার প্রশ্ন উদ্ভূত পাবে। অনেকগুলি বাশি ভিন্ন ভিন্ন মৌলিক ক্রিয়ায় চিহ্ন দ্বারা পবম্পর সম্বন্ধ হইয়া একত্র লিখিত হইতে পাবে। এইরূপ সম্বন্ধ বাশি সমূহকে বাশিমাল্য বলা হইতে পাবে।

$$\text{যথা, } ৪ + ১২ - ১ \times ৩ + ৫ - (৪ -) \times ২ + ৬$$

এই একটি বাশিমাল্য। এ স্থলে প্রশ্ন উদ্ভূত হইছে এই বাশিমাল্যের অন্তর্গত ক্রিয়াগুলি কোন ক্রমে অনুসারে চলিবে? অর্থাৎ ক্রিয়াগুলি যে ক্রমে তাহাদের চিহ্ন লিখিত আছে সেই ক্রমে চলিবে, অথবা অল্প কোন ক্রমে অনুসারে চলিবে, এবং অল্প ক্রমে চলিলে তাহাটী বা কি ?

দেখা হইতেছে তির ভিন্ন ক্রমে চলিলে ভিন্ন ভিন্ন ফল পাওয়া যায়।

যথা, দ্বিতীয় + চিহ্নের বামের সংখ্যাগুলি লইয়া যদি প্রক্রিয়া চিহ্নের লিখন ক্রমে চলা যায় তাহা হইলে ফল হয়, ৪ ও ১২ যোগে ১৬, ১৬ কে ২ দ্বিগুণ ভাগ করিলে হয় ৮, এবং ৮ কে ৩ দ্বিগুণ গুণ করিলে হয় ২৪। গুণন যদি প্রথম করা যায় তখনও ভাগ ও তাহার পর যোগ, তাহা হইলে ফল হয় ৬। এবং প্রথমে ভাগ তৎপরে গুণ, তৎপরে যোগ এই নিয়মের ফল হয় ২২।

শেষোক্ত নিয়মই সর্বত্র গ্রাহ্য। অর্থাৎ প্রথমে ভাগ, তদনন্তর গুণ, তাহার পর বিয়োগ ও তাহার পর যোগ এই ক্রমে ক্রিয়াগুলি সম্পন্ন করিতে হইবে। এই নিয়মে উক্ত বাশিমালাকে সরল করা য কাৰ্য্য নিম্নলিখিতরূপে প্রদর্শিত হইবে—

$$\begin{aligned}
 & 8+12-2 \times 3+5-(8-2) \times 2+6 \\
 & = 8+6 \times 3+5-(8-2) \times 2+6 \\
 & = 8+18+5-2 \times 2+6 \\
 & = 8+18+1+6 \\
 & = 29 ।
 \end{aligned}$$

এইখানে দুটো কথা মনে রাখিতে হইবে। প্রথম কথা, উক্ত নিয়ম **অবশ্য** **স্বাধী** নিয়ম নহে, উহা আমাদের **নির্দিষ্ট** **নিয়ম**, দ্বিতীয় কথা উপরে প্রদর্শিত ক্রিয়াতে = চিহ্নের উত্তর দিকেই সমস্ত বাশিমালা বা তাহার ফল লিখিত হওয়া আবশ্যক তাহা না হইয়া এক দিকে সমস্ত বাশিমালা ও অপর দিকে তাহার কিয়দংশ লিখিত হওয়া স্পষ্টই নিত্যমত অশুদ্ধ।

৫৪। অনেক স্থলে দুটি সংখ্যা একত্র হওয়া আবশ্যক যে বড়টিকে ছোটটি দিয়া ভাগ করিলে ভাগশেষ থাকে না। যদি একটি সংখ্যা আর একটি সংখ্যা দিয়া ভাগ করিলে ভাগশেষ না থাকে, তাহা হইলে ভাজক সংখ্যাকে ভাজ্যের **গুণনীয়ক**, ও ভাজ্যকে ভাজকের **গুণিতক** বলে। যদি কোন সংখ্যা দ্বারা একের অধিক ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যাকে ভাগ করিলে ভাগ শেষ না থাকে, তবে সেই ভাজককে ভাজ্যগুলির **সাধারণ গুণনীয়ক** বলে। এবং ভাজ্যগুলির বৃহত্তম সাধারণ গুণনীয়ককে তাহাদের **পারস্পরিক সাধারণ গুণনীয়ক** বলে, তাহার সংকেত গ, সা, প,।

যদি কোন সংখ্যা একের অধিক সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিলে ভাগ শেষ না থাকে, তবে ভাজ্যের সেই সংখ্যাকে সেই ভাজক সংখ্যাগুলির **সাধারণ গুণিতক** বলে। এবং সেই সংখ্যাগুলির ক্ষুদ্রতম সাধারণ গুণিতককে তাহাদের **লঘুষ্ঠ সাধারণ গুণিতক** বলে। তাহার সংকেত ল, সা, প,।

যথা, ১৮ কে ৬ দ্বিগু ভাগ করিলে ভাগ শেষ থাকে না, অতএব ৬ কে ১৮ ব গুণনীয়ক এবং ১৮ কে ৬ ব গুণিতক বলা যায়।

২, ৩, ও ৬ ইহাদের প্রত্যেকটি ১২ ও ১৮ উভয়ের গুণনীয়ক, অতএব ২, ৩, ও ৬ প্রত্যেকেই ১২ ও ১৮ ব সাধারণ গুণনীয়ক, এবং ৬ উক্ত সংখ্যা-দ্বিগেব গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক।

১০ ও ২০ উভয়েই ২, ৩ ও ৫ এর গুণিতক অতএব তাহাদের উভয়কেই ২, ৩, ৫ এর সাধারণ গুণিতক বলা যায় এবং ১২ কে ২, ৩, ৪ এর লঘিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক বশিতে হইবে।

৫৫। চাই বা ততোধিক সংখ্যাব সাধারণ গুণনীয়ক ও গুণিতক নির্ণয়ার্থে নিম্নলিখিত কএকটি কথা মনে রাখা কর্তব্য।

(১) যদি কোন সংখ্যাব এককের ঘবেব অঙ্ক শূন্য অথবা ২ দ্বিগু বিভাজ্য হয়, তাতা হইলে সেট সংখ্যা - দ্বিগু বিভাজ্য, নতুবা নহে। একথাব প্রমাণ নিম্নব উদাহরণ দৃষ্টে পাওয়া যাইবে।

$১৫০ = ১৫ \times ১০ = ১৫ \times ৫ \times ২$ , অতবাং ১৫০ কে ২ দ্বিগু ভাগ করিলে ভাগ শেষ থাকিবে না।

$$৩৪৬ = ৩৪০ + ৬ = ৩৪ \times ১০ + ৬ = ৩৪ \times ৫ \times ২ + ৬।$$

অতবাং এককের ঘবেব অঙ্ক ৬ যদি ২ দ্বিগু বিভাজ্য হয় তাতা চাইলে ৩৪৬ ও ২ দ্বিগু বিভাজ্য, নতুবা নাহ।

(২) যদি কোন সংখ্যাব অঙ্ক সমষ্টি ৩ দ্বিগু বিভাজ্য হয় তবে সেট সংখ্যা ৩ দ্বিগু বিভাজ্য, নতুবা নহে।

একথাব প্রমাণ নিম্নব উদাহরণে পাওয়া যাইবে।

$$\begin{aligned} ২৪৭ &= ২০০ + ৪০ + ৭ = ২ \times ১০০ + ৪ \times ১০ + ৭ \\ &= ২ \times (২২ + ১) + ৪ \times (২ + ১) + ৭ \\ &= ২ \times ২২ + ৪ \times ২ + ২ + ৪ + ৭ \\ &= (২ \times ১১ + ৪ \times ১) \times ২ + ২ + ৪ + ৭ \\ &= (২ \times ১১ + ৪ \times ১) \times ৩ \times ৩ + ২ + ৪ + ৭। \end{aligned}$$

অতবাং ২ + ৪ + ৭ যদি ৩ দ্বিগু বিভাজ্য হয় তবে ২৪৭ ও ৩ দ্বিগু বিভাজ্য হইবে, নতুবা নহে।



(৩) যদি কোন সংখ্যার দশক ও একক এই দুই ঘরের অঙ্ক সূত্র হয়, অথবা তাহা নইয়া যে সংখ্যা হয় তাহা ৪ দিরা বিভাজ্য হয় তবে সে সংখ্যা ৪ দিরা বিভাজ্য, নতুবা নহে ।

উহাব প্রমাণ নিম্নের উদাহরণে দেখা যাইবে ।

$$\begin{aligned} ৩৪২৮ &= ৩৪০০ + ২৮ = ৩৪ \times ১০০ + ২৮ \\ &= ৩৪ \times ২৫ \times ৪ + ২৮ । \end{aligned}$$

সুতরাং ২৮ যদি ৪ দিরা বিভাজ্য হয় তবে ৩৪২৮ ও ৪ দিরা বিভাজ্য হইবে, নতুবা নহে ।

(৪) যদি কোন সংখ্যার এককের ঘরের অঙ্ক ০ অথবা ৫ হয় তবে সেই সংখ্যা ৫ দিরা বিভাজ্য, নতুবা নহে ।

উহাব প্রমাণ নিম্নের উদাহরণে জানা যাইবে ।

$$\begin{aligned} ৪৬০ &= ৪৬ \times ১০ = ৪৬ \times ২ \times ৫, \\ ৫৬৫ &= ৫৬ \times ১০ + ৫ = ৫৬ \times ২ \times ৫ + ৫, \\ ৫৬৭ &= ৫৬ \times ১০ + ৭ = ৫৬ \times ২ \times ৫ + ৭ । \end{aligned}$$

সুতরাং প্রথম দুইটি সংখ্যা ৫ দিরা বিভাজ্য, তৃতীয়টি নহে ।

(৫) যদি কোন সংখ্যা ২ দিরা এবং ৩ দিরা বিভাজ্য হয় তবে সেই সংখ্যা ৬ দিরা বিভাজ্য হইবে, নতুবা নহে ।

উহাব হেতু এই যে  $৬ = ২ \times ৩$  ।

(৬) যদি কোন সংখ্যার শতক, দশক ও একক এই তিনটি ঘরের অঙ্ক সূত্র হয়, অথবা তাহা নইয়া যে সংখ্যা হয় তাহা ৮ দিরা বিভাজ্য হয় তবে সেই সংখ্যা ৮ দিরা বিভাজ্য, নতুবা নহে ।

উহাব প্রমাণ নিম্নের উদাহরণে পাওয়া যাইবে ।

$$\begin{aligned} ১৭২৩২ &= ১৭০০০ + ২৩২ \\ &= ১৭ \times ১০০০ + ২৩২ \\ &= ১৭ \times ১২৫ \times ৮ + ২৩২ । \end{aligned}$$

সুতরাং ২৩২ যদি ৮ দিরা বিভাজ্য হয় তবে ১৭২৩২ ও ৮ বিভাজ্য, নতুবা নহে ।

(৭) যদি কোন সংখ্যার অঙ্ক সমষ্টি ৯ দিরা বিভাজ্য হয় তবে সেই অঙ্ক ৯ দিরা বিভাজ্য, নতুবা নহে ।

উহাৰ প্ৰমাণ উপৰেৰ দ্বিতীয় কথাৰ উদাহৰণে এবং ৪২ দ্বাৰাতে পাটবে।

(৮) যদি কোন সংখ্যাৰ এককেৰ ঘৰেৰ অঙ্ক ০ হয় তবে তাহা ১০ দিয়া বিভাজ্য, নকুবা নহে।

উহাৰ প্ৰমাণ নিম্নেৰ উদাহৰণে পাওয়া যাউবে।

$$৬৭০ = ৬৭ \times ১০, \quad ৬৭২ = ৬৭ \times ১০ + ২।$$

কৃতবাং প্ৰথম সংখ্যাটি ১০ দিয়া বিভাজ্য, দ্বিতীয়টি নহে।

৫১। কোন সংখ্যা মৌলিক কিনা স্থিৰ কৰিতে হ'লে ১ হইতে সেই সংখ্যা পৰ্য্যন্ত লিখিয়া ২ হইতে প্ৰত্যেক দ্বিতীয় সংখ্যাৰ উপৰ একাটি একাটি বিন্দু চিহ্ন দাও, তাহাৰ পৰ প্ৰথম অচিহ্নিত সংখ্যা অৰ্থাৎ ৩ হইতে প্ৰত্যেক তৃতীয় সংখ্যাৰ উপৰে একক পৰিচিহ্ন দাও। তাহাৰ পৰ প্ৰথম অচিহ্নিত সংখ্যা অৰ্থাৎ ৫ হইতে প্ৰত্যেক পঞ্চম সংখ্যাৰ উপৰে বিন্দু চিহ্ন দাও। এইৰূপে শিখিত সংখ্যা শ্ৰেণিৰ মধ্যবৰ্ত্তি সংখ্যা পৰ্য্যন্ত যাও।

তাৰাতে যদি বিবেচ্য সংখ্যা অচিহ্নিত থাকে তবে তাহা মৌলিক সংখ্যা। অপৰ বে সংখ্যাগুলি অচিহ্নিত বহিল তাহাবাও মৌলিক সংখ্যা।

এই প্ৰক্ৰিয়া তাহাৰ আৱিষ্কাৰী ইৰাটস্থিনিষেৰ নামে অভিহিত, এবং ইয়াকে ইৰাটস্থিনিষেৰ চালনী বলে। কাৰণ ইটা দ্বাৰা মৌলিক সংখ্যাগুলি চালিবা লওয়া যায়। আৰ তাহাৰ হেতু এই যে ১ হইতে প্ৰত্যেক দ্বিতীয় সংখ্যা ২ দিয়া বিভাজ্য, ৩ হইতে প্ৰত্যেক তৃতীয় সংখ্যা ৩ দিয়া বিভাজ্য, ইত্যাদি।

১ হইতে ১০০ পৰ্য্যন্ত মৌলিক সংখ্যাৰ চালনী নিম্নে প্ৰদৰ্শিত হইল।

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
| ১  | ২  | ৩  | ৪  | ৫  | ৬  | ৭  | ৮  | ৯  | ১০  |
| ১১ | ১২ | ১৩ | ১৪ | ১৫ | ১৬ | ১৭ | ১৮ | ১৯ | ২০  |
| ২১ | ২২ | ২৩ | ২৪ | ২৫ | ২৬ | ২৭ | ২৮ | ২৯ | ৩০  |
| ৩১ | ৩২ | ৩৩ | ৩৪ | ৩৫ | ৩৬ | ৩৭ | ৩৮ | ৩৯ | ৪০  |
| ৪১ | ৪২ | ৪৩ | ৪৪ | ৪৫ | ৪৬ | ৪৭ | ৪৮ | ৪৯ | ৫০  |
| ৫১ | ৫২ | ৫৩ | ৫৪ | ৫৫ | ৫৬ | ৫৭ | ৫৮ | ৫৯ | ৬০  |
| ৬১ | ৬২ | ৬৩ | ৬৪ | ৬৫ | ৬৬ | ৬৭ | ৬৮ | ৬৯ | ৭০  |
| ৭১ | ৭২ | ৭৩ | ৭৪ | ৭৫ | ৭৬ | ৭৭ | ৭৮ | ৭৯ | ৮০  |
| ৮১ | ৮২ | ৮৩ | ৮৪ | ৮৫ | ৮৬ | ৮৭ | ৮৮ | ৮৯ | ৯০  |
| ৯১ | ৯২ | ৯৩ | ৯৪ | ৯৫ | ৯৬ | ৯৭ | ৯৮ | ৯৯ | ১০০ |

১ হইতে ১০০ মধ্যে কেবল নিম্ন লিখিত সংখ্যাগুলি মৌলিক, ২, ৩, ৫, ৭, ১১, ১৩, ১৭, ১৯, ২৩, ২৯, ৩১, ৩৭, ৪১, ৪৩, ৪৭, ৫৩, ৫৯, ৬১, ৬৭, ৭১, ৭৩, ৭৯, ৮৩, ৮৯, ৯৭ ।

৫৭। যদি কোন ছই বা ততোধিক সংখ্যার প্রত্যেকটি মৌলিক সংখ্যা হয়, তাহা হইলে তাহাদের কোন সাধারণ গুণনীয়ক থাকিতে পারে না, কারণ তাহাদের কোনটিব কোন গুণনীয়ক নাই। এবং তাহাদের ক্রমাগত গুণনের গুণফল তাহাদের লব্ধ সাধারণ গুণিতক, কারণ তাহাদের গুণফল অপেক্ষা কোন ক্ষুদ্রতর সংখ্যা সেট মৌলিক সংখ্যাগুলির দ্বারা বিভাজ্য হইতে পারে না।

৫৮। যদি কোন ছই বা ততোধিক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদক সমস্ত ৫৫ দ্বারা অল্পসারে জানা যায়, তবে তাহাদের লব্ধ সাধারণ গুণনীয়ক ও লব্ধ সাধারণ গুণিতক সহজেই নির্ণয় করা যায়। কারণ প্রত্যেক সংখ্যার মৌলিক উৎপাদকগুলি শ্রেণিবদ্ধ করিয়া পূর্ণক পূর্ণক শিগিলে তাহাদের মধ্যে যে যে উৎপাদক সকল সংখ্যাতৈ আছে,

সেই সাধারণ উৎপাদকগুলির ক্রমাগত গুণনের দ্বারা সেট সংখ্যাগুলির লব্ধ সাধারণ গুণনীয়ক হইবে। তাহা হইতে এই যে সেই গুণফল দ্বারা সেই সংখ্যাগুলির প্রত্যেকটি বিভাজ্য, এবং তদপেক্ষা কোন বৃহত্তর সংখ্যা দ্বারা সেই সংখ্যাগুলি বিভাজ্য নহে।

এবং সেই সাধারণ উৎপাদকগুলির লব্ধ প্রত্যেক সংখ্যার সমস্ত অংশ মৌলিক উৎপাদকগুলির ক্রমাগত গুণনের দ্বারা সেই সংখ্যাগুলির লব্ধ সাধারণ গুণিতক হইবে। কারণ সেট গুণফল সেট সংখ্যাগুলির প্রত্যেকের দ্বারা বিভাজ্য, এবং তদপেক্ষা ক্ষুদ্রতর কোন সংখ্যা তাহাদের প্রত্যেকের দ্বারা বিভাজ্য নহে।

যথা—২৪, ৩৬ ও ৬০ এই তিনটি সংখ্যা লওয়া যাউক। দেখা যাউক যে

$$২৪ = ২ \times ২ \times ২ \times ৩$$

$$৩৬ = ২ \times ২ \times ৩ \times ৩$$

$$৬০ = ২ \times ২ \times ৩ \times ৫।$$

ইহাদের প্রত্যেকেরই মৌলিক উৎপাদক শ্রেণির মধ্যে ছইটি ২ এবং একটি

৩ আছে । ২৪ এতে তিনটি ২ আছে বটে, কিন্তু ৩৬ ও ৬০ এতে নাই, এবং ৩৬ এতে চুটি ৩ আছে বটে, কিন্তু ২৪ ও ৬০ এ তাহা নাই । সুতরাং  $২ \times ২ \times ৩ = ১২$ , উক্ত তিনটি সংখ্যার গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক । কারণ  $২ \times ২ \times ৩$  ঘা বা ঐ তিনটি সংখ্যাই বিভাজ্য, এবং ভগ্নেণ্ণা কোন বড় সংখ্যা তাহাদের সাধারণ গুণনীয়ক হইতে পারে না । এবং  $২ \times ২ \times ৩$  ছাড়া—

২৪ এর মৌলিক উৎপাদক আর একটি ২,

৩৬ এর ৩,

৬০ এর . একটি ৫ ।

সুতরাং  $২ \times ২ \times ৩ \times ২ \times ৩ \times ৫ = ৩৬০$ ,

উক্ত সংখ্যা তিনটির লব্ধিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক । কারণ ৩৬০ ঐ তিনটি সংখ্যা ঘা বা বিভাজ্য, এবং ৩৬০ অপেক্ষা ছোট কোন সংখ্যা ঐ তিনটি সংখ্যার সাধারণ গুণিতক হইতে পারে না ।

৫০। দুইটি সংখ্যার গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের নিয়ম । বড় সংখ্যাটিকে ছোট সংখ্যা দিয়া ভাগ কর । ভাগ শেষ যদি না থাকে তবে সেই ছোট সংখ্যাটিকে সংখ্যাদ্বয়ের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক । যদি ভাগশেষ থাকে তবে সেই ভাগশেষ দিয়া ছোট সংখ্যাটিকে অর্থাৎ পূর্ববর্তী ভাজককে ভাগ কর । ভাগশেষ না থাকিলে এই বাব কাব ভাজকই সংখ্যা দ্বয়ের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক । যদি ভাগশেষ থাকে তবে তদ্বা বা শেষ বাবেব ভাজককে ভাগ কর । এইরূপে যাইতে যাইতে যে বাবে ভাগশেষ থাকিবে না সেই বাবেব ভাজকই সংখ্যা দ্বয়ের গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক ।

উদাহরণ । ৯০ ও ৭৮ ইহাদের গ, সা, গ, নির্ণয় কর ।

$$\begin{array}{r} ৭০ \overline{) ৯০} ( ১ \\ \underline{৭০} \phantom{০} \\ ২০ \phantom{০} \overline{) ৭০} ( ২ \\ \underline{৪০} \phantom{০} \\ ৩০ \phantom{০} \overline{) ২০} ( ২ \\ \underline{৪০} \phantom{০} \end{array}$$

২৮ ও ৭০ এর গ, সা, গ, = ২৮ ।

এই নিয়মের হেতু ।

১৪ দ্বারা ২৮ বিভাজ্য

১৪..... ২৮ X ২ বা ৫৬

১৪ ৫৬ + ১৪ বা ৭০

১৪ . ৭০ + ২৮ বা ৯৮

২৮ ও ৭০ এর একটি সাধাবণ গুণনীয়ক ১৪ ।

আবার ২৮ ও ৭০ এর প্রত্যেক সাধাবণ গুণনীয়ক ২৮—৭০ এর গুণনীয়ক ।  
কারণ তদ্বারা যখন ৭০ বিভাজ্য এবং ২৮ ও বিভাজ্য তখন ২৮ হইতে ৭০  
বাদ দিলে তাহা বাকি থাকে তাহাও অবশ্যই তাহার দ্বারা বিভাজ্য হইবে ।

২৮ ও ৭০ এর গ, সা, গ, ২৮—৭০ = ২৮ এর গুণনীয়ক,

এবং ৭০—২ X ২৮ = ১৪ ব ।

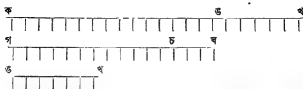
কিন্তু ১৪ অপেক্ষা বড় কোন সংখ্যা ১৪ ব গুণনীয়ক হইতে পারে না ।

১৪ ই ২৮ ও ৭০ এর গ, সা, গ, ।

এই কথা নিম্নের উদাহরণে আরও স্পষ্ট বুঝা যাইবে । সুবিধায় লব্ধ  
২১ ও ১৫ এই দুইটি ছোট ছোট সংখ্যা লওয়া যাক । তাহা হইলে উক্ত  
নিম্ন মত প্রক্রিয়া এইরূপ হইবে যথা—

$$\begin{array}{r} ১৫ ) ২১ ( ১ \\ \underline{১৫} \\ ৬ ) ১৫ ( ২ \\ \underline{১২} \\ ৩ ) ৩ ( ১ \\ \underline{৩} \end{array}$$

দুটি সরল রেখা কথ ও গথ, একটি ২১ হুতা লম্বা ও একটি ১৫ হুতা লম্বা,  
পাশাপাশি টান (১ হুতা ১ ইঞ্চির ৮ ভাগের ১ ভাগ) । তাহা হইলে ২১ ও  
১৫ এই দুই সংখ্যার গ, সা, গ, নির্ণয়ের প্রায় এই আকার ধারণ করিবে,—কথ  
ও গথ উভয়কেই যে দীর্ঘতম রেখা দ্বারা মাপা যায় তাহা কথ হুতা লম্বা ৭—



এই প্রণেয় উক্তর দিতে হইলে প্রথমে কখ কে গঘ দিয়া মাপ। তাহাতে দেখা যায় কঙ পর্যন্ত মাপ হইরা ঙখ বাকি থাকে। তাহার পর ঙখ দিয়া গঘ মাপ। তাহাতে দেখা যায় গঘ তে ঙখ দুই বাব যায় এবং চঘ বাকি থাকে। তখনই চঘ দিয়া ঙখ মাপ। তাহাতে দেখা যায় ঙখ র মধ্যে চঘ ত্রিক দুই বাব যায় এবং আব কিছু বাকি থাকে না। অতএব চঘ অর্থাৎ ৩ হুতা লম্বা বেধাট ২১ হুতা ঙ ১৫ হুতা দুই বেধার দীর্ঘতম সাধারণ মাপের বেধা, অর্থাৎ ৩ ই ২১ ঙ ৫ ব গ, সা, গ,। কারণ,

চঘ বেধা ঙখ কে ত্রিক মাপিতেছে,

চঘ ২ X ঙঘ অর্থাৎ গচ কে . .

চঘ গচ + চঘ বা গঘ কে . ..

চঘ গঘ + ঙঘ বা কঘ কে

চঘ কঘ ও গঘ উভয়কে

মাঝার যে বেধা কঘ ও গঘ কে মাপ করিবে তাহা অবশ্যই

কঘ—গঘ কে অর্থাৎ ঙঘ কে মাপ করিবে।

সুতরাং কঘ ও গঘর গ, সা, গ, গঘ—২ X ঙঘ অর্থাৎ চঘকে মাপ করিবে।

কিন্তু চঘ অপেক্ষা কোন দীর্ঘতর বেধা চঘ কে মাপিতে পারে না। সুতরাং

চঘই কঘ ও গঘ র দীর্ঘতম সাধারণ মাপ।

১০। **তিন বা ততোধিক সংখ্যার গরিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক নির্ণয়ের নিয়ম।**

প্রথম দুইটি সংখ্যার গ, সা, গ, নির্ণয় কর, তাহার পর সেই গ, সা, গ, ও তৃতীয় সংখ্যার গ, সা, গ, নির্ণয় কর। তাহার পর সেই গ, সা, গ, ও, চতুর্থ সংখ্যার গ, সা, গ, নির্ণয় কর। এইরূপে শেষ নির্ণীত গ, সা, গ,ই নির্দিষ্ট সংখ্যাগুলির গ, সা, গ, হইবে।

কাবণ ৫২ ধাবাতে স্পষ্ট দেখা গিয়াছে কোন দুই সংখ্যাব প্রত্যেক সাধাবণ গুণনীয়ক তাহাদের গবিষ্ঠ সাধাবণ গুণনীয়কের গুণনীয়ক। সুতবাং সেই গবিষ্ঠ সাধাবণ গুণনীয়কের ও তৃতীয় সংখ্যাব গ, সা, গ, অবজ্জাই তিনটি সংখ্যাবই গ, সা, গ, হইবে।

৬১। দুইটি সংখ্যার লঘিষ্ঠ সাধাবণ গুণিতক নির্ণয়ের নিয়ম।

সংখ্যা দুয়ের গুণফলকে তাহাদের গবিষ্ঠ সাধাবণ গুণনীয়কের দ্বাৰা ভাগ করিলে যে ভাগ ফল হয় তাহাই তাহাদের লঘিষ্ঠ সাধাবণ গুণিতক।

এই নিয়মের হেতু এই যে, কোন দুইটি সংখ্যাব গুণ ফলে তাহাদের সাধাবণ মৌলিক উৎপাদকগুলি সমস্ত উৎপাদকরূপে দুইবার থাকে, কিন্তু তাহাদের লঘিষ্ঠ সাধাবণ গুণিতকে সেই সাধাবণ উৎপাদকগুলি কেবল একবার, ও তাহাদের উভয়ের অপর মৌলিক উৎপাদকগুলি সমস্ত, উৎপাদকরূপে থাকা আবশ্যক। সুতবাং তাহাদের গুণফল তাহাদের গ, সা, গ, দ্বাৰা ভাগ করিলে যে ভাগ ফল হয় তাহাই তাহাদের ল, সা, গ,।

উদাহরণ। ২৪ ও ৬০ এর ল, সা, গ, নির্ণয় কর।

২৪ ও ৬০ এর গ, সা, গ, ১২।

২৪ ও ৬০ এর ল, সা, গ, =  $২৪ \times ৬০ - ১২ = ১২০$ ।

কাবণ  $২৪ = ২ \times ২ \times ২ \times ৩$ ,  $৬০ = ২ \times ২ \times ৩ \times ৫$ ,

অতএব  $২৪ \times ৬০ = (২ \times ২ \times ২ \times ৩) \times (২ \times ২ \times ৩ \times ৫)$ ।

এবং এই গুণ ফলে  $২ \times ২ \times ৩$  উৎপাদকরূপে দুই বার বহিয়াছে,

অতএব একবার থাকাই যথেষ্ট ও তাহাই আবশ্যক।

সুতবাং ২৪ ও ৬০ এর ল, সা, গ,  $(২৪ \times ৬০) - (২ \times ২ \times ৩) = ১২০$ ।

৬২। দুইটি সংখ্যাব যে কোন সাধাবণ গুণিতক তাহাদের লঘিষ্ঠ সাধাবণ গুণিতকের গুণিতক।

কাবণ দুইটি সংখ্যাব যে কোন সাধাবণ গুণিতকে তাহাদের প্রত্যেকের সমস্ত মৌলিক উৎপাদক অন্ততঃ একবার অবজ্জাই থাকিবে, এবং তদতিরিক্ত অপর উৎপাদক দুই একটি থাকিতে পারে। সুতবাং তাহা সংখ্যা দুয়ের লঘিষ্ঠ সাধাবণ গুণিতক দ্বারা অবজ্জাই বিভাজ্য।

১৩। (১) তিনটি বা ততোধিক সংখ্যার লব্ধিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক নির্ণয়ের নিয়ম। অগ্রে প্রথম দুইটি সংখ্যার ল, সা, গ, নির্ণয় কব। তাহার পর সেই ল, সা, গ, এবং তৃতীয় সংখ্যার ল, সা, গ, নির্ণয় কব। তাহার পর সেই শেষ নির্ণীত ল, সা, গ, ও চতুর্থ সংখ্যার ল, সা, গ, নির্ণয় কব।

এইরূপে সর্বশেষ নির্ণীত ল, সা, গ, ই নির্দিষ্ট সংখ্যাগুলির ল, সা, গ, হইবে।

কাবণ প্রথম দুইটি সংখ্যার যে কোন গুণিতক তাহাদেব ল, সা, গ এর গুণিতক, সুতরাং প্রথম দুইটি সংখ্যার লব্ধিষ্ঠ সাধারণ গুণিতকেব ও তৃতীয় সংখ্যার লব্ধিষ্ঠ সাধারণ গুণিতক অবশ্যই নির্দিষ্ট তিনটি সংখ্যার ল, সা, গ, হইবে।

(২) অনেকগুলি সংখ্যার ল, সা, গ, নির্ণয়ের আর একটি নিয়ম। নির্দিষ্ট সংখ্যাগুলির মধ্যে যাহাবা অপর কোন নির্দিষ্ট সংখ্যার গুণনীয়ক তাহাদিগকে বাদ রাখিয়া বাকি সংখ্যাগুলিকে এক পংক্তিতে এক একটি কমা দ্বারা পৃথক্ করিয়া লিখ, এবং নিয়ে একটি বণা টান।

পরীক্ষা করিয়া দেখ, ১, ৩, ৫, ৭ ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যার মধ্যে ক্ষুদ্রতম কোন সংখ্যার দ্বারা লিখিত সংখ্যা শ্রেণির অন্ততঃ দুইটি সংখ্যা বিভাজ্য। সেট মৌলিক সংখ্যাকে ভাজক স্বরূপ পংক্তির বামে লিখিয়া প্রত্যেক নির্দিষ্ট সংখ্যাকে তদ্বারা ভাগ করিয়া ভাগ ফল সেই নির্দিষ্ট সংখ্যার নিয়ে, এবং যে কোন নির্দিষ্ট সংখ্যা তদ্বারা বিভাজ্য নহে সেই নির্দিষ্ট সংখ্যা আপন নিয়ে, লিখ। এইরূপে আর একটি সংখ্যার পংক্তি পাওয়া যাইবে। এই দ্বিতীয় পংক্তির সংখ্যাগুলি সম্বন্ধেও উক্তরূপ প্রক্রিয়া কব, এবং তাহার পর তৃতীয় এক পংক্তি সংখ্যা পাওয়া যাইবে।

এইরূপে ক্রমশ চলিবে যতক্ষণ না এমন এক পংক্তি সংখ্যা পাওয়া যায় যে তাহাদের কোন দুইটির সাধারণ গুণনীয়ক নাই।

তাহার পর সমস্ত ভাজকগুলির এবং শেষ পংক্তির সমস্ত সংখ্যাগুলির ক্রমাগত গুণন দ্বারা যে গুণকল পাওয়া যায়, তাহাই নির্দিষ্ট সংখ্যাগুলির ল, সা, গ,।



এই নিয়মেব হেতু নিয়ে উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। ৯, ১২, ১৫, ১৬, ২০, ২৪ এই সংখ্যাগুলিব ল, সা, গ, নির্ণয় কর।

২৪ বধন ১২ৰ গুণিতক তখন ২৪ ও অপর সংখ্যাগুলিব ল, সা, গ, অবশ্যই ১২, ২৪ ও সেই অপর সংখ্যাগুলিব ল, সা, গ, হইবে। সুতরাং ১২ কে বাদ রাখা যাইতে পারে। অপর সংখ্যাগুলি সম্বন্ধে উপবেষ নিয়মামুসাবে প্রক্রিয়া এইরূপ হইবে যথা—

|   |                   |
|---|-------------------|
| ২ | ৯, ১৫, ১৬, ২০, ২৪ |
| ২ | ৯, ১৫, ৮, ১০, ১২  |
| ২ | ৯, ১৫, ৪, ৫, ৬    |
| ৩ | ৯, ১৫, ২, ৫, ৩    |
| ৫ | ৩, ৫, ২, ৫, ১     |
|   | ৩, ১, ২, ১, ১     |

ল, সা, গ, —  $২ \times ২ \times ২ \times ৩ \times ৫ \times ৩ \times ১ \times ২ \times ১ \times ১ = ৭২০$ ।

প্রথম পংক্তিব সংখ্যাগুলিব মধ্যে ১৬, ২০, ২৪ এই তিনটিতেই মৌলিক উৎপাদক ২ আছে, এবং তাহাদের ল, সা, গ, এতে সেই ২ একবার ও কেবল একবার থাকা আবশ্যক। অতএব প্রথম ভাজক ২ এবং ১৬, ২০, ও ২৪ এৰ পরিবর্তে ৮, ১০, ১২ ও অপর সংখ্যাগুলিব গুণফল লইলেই যথেষ্ট হইবে।

দ্বিতীয় পংক্তিতে আবার দেখা যাইতেছে ৮, ১০, ১২ এ তিনেই মৌলিক উৎপাদক ২ আছে এবং তাহা একবার ও কেবল একবার থাকা আবশ্যক। অতএব দ্বিতীয় ভাজক ২ ও ঐ তিনটি সংখ্যাব স্থলে ৪, ৫, ৬ লইলেই যথেষ্ট হইবে।

তৃতীয় পংক্তিতে দেখা যাইতেছে ৪ ও ৬ এই দুইটিতেই মৌলিক উৎপাদক ২ আছে। অতএব তৃতীয় ভাজক ২ ও ঐ দুইটির পরিবর্তে ২ ও ৩ লইলেই চলিবে।

চতুর্থ পংক্তিতে দেখা যাইতেছে ৯, ১৫ ও ৩ এই তিনটিতেই মৌলিক উৎপাদক ৩ আছে। অতএব চতুর্থ ভাজক ৩ ও ঐ তিনটির স্থলে ৩, ৫ ও ১ লইলেই চলিবে।

পঞ্চম পংক্তিতে দেখা যাইতেছে ৫ ও ৫ এই দুইটির স্থলে একটি ৫ই যথেষ্ট। অতএব পঞ্চম ভাজক ৫ ও ঐ দুইটি সংখ্যাব স্থলে ১, ১ লইলেই চলিবে।

যষ্ঠ পংক্তির সংখ্যাগুলির কোন সাধারণ গুণনীয়ক নাই। অতএব পাঁচটি ভাজক, ২, ২, ২, ৩, ৫ ও শেষ পংক্তির সংখ্যা শ্রেণি অর্থাৎ ৩, ১, ২, ১, ১, এই সমস্ত সংখ্যাগুলির ক্রমান্বয়ে গুণকল অর্থাৎ ৭২০, উদাহরণের সংখ্যাগুলির ল, মা, গ, ।

৬৪। (১) সাক্ষেতিক চিহ্নযুক্ত অঙ্ক আলোর মূল্য নিরূপণ ।

পূর্বে (৯ ধারায়) বলা হইয়াছে বন্ধনী বা দীর্ঘমাত্রাব অন্তর্গত প্রক্রিয়াগুলি অগ্রে সম্পন্ন করিতে হইবে। এবং তাহার যে ফল তাহাকে একটি বাশি মনে করিবে।

একণে বন্ধনী বা দীর্ঘমাত্রাব অন্তর্গত ভিন্ন ভিন্ন প্রক্রিয়ার ও তাহার বহির্গত ভিন্ন ভিন্ন প্রক্রিয়ার সম্পাদনের অগ্রপশ্চাত্ত ক্রম কি তাহা বলা যাউতেছে।

সর্বপ্রথমে — চিহ্নের প্রক্রিয়া সম্পন্ন করিবে, অর্থাৎ  $\div$  চিহ্নের পূর্বস্থিত বাশিকে তাহার পববর্তী বাশি দ্বারা ভাগ করিবে।

তাহার পর  $\times$  চিহ্নের প্রক্রিয়া সম্পন্ন করিবে, অর্থাৎ  $\times$  চিহ্নের পূর্বস্থিত বাশিকে তৎপববর্তী বাশি দ্বারা গুণ করিবে।

তদনন্তর প্রত্যেক — চিহ্নের পবস্থিত যে যে বাশি আছে সেই সেই বাশিগুলির সমষ্টি লইয়া তাহা অপর বাশিগুলির সমষ্টি হইতে বাদ দিবে।

আব সেই বিরোধ ফলই অঙ্ক আলোর মূল্য।

$$\text{উদাহরণ। } ৫৪-৩ \times ২-১৮-(২ \times ৩) \times ৪+(৫১ \div ৩-১৫) \times ৮ \\ -(১২ \times ৪-৮ \div ২)$$

তাহার মূল্য নিরূপণ কর।

$$\begin{aligned} ৫৪-৩ \times ২-৮ \div (২ \times ৩) \times ৪+(৫১ \div ৩-১৫) \times ৮-(১২ \times ৪-৮ \div ২) \\ = ৫৪ \div ৩ \times ২-১৮ \div ৬ \times ৪+(১৭-১৫) \times ৮-(৪৮-৪ \div ২) \\ = ৫৪ \div ৩ \times ২-১৮ \div ৬ \times ৪+২ \times ৮-৮ \\ = ১৮ \times ২-৩ \times ৪+২ \times ৮-৮=৩৬-১২+১৬-৮=৪২-২০ \\ = ৩২। \end{aligned}$$

(২) মৌলিক ক্রিয়া চতুষ্টয় সম্বন্ধীয়া বিবিধ প্রক্স সমাধানের নিয়ম। মনে কর ইষ্ট রাশি, অর্থাৎ যে রাশি উপস্থিত প্রশ্নের উত্তর বা উত্তরের অংশ, স অক্ষরের দ্বারা প্রকাশ করা গেল।

তাহার পূর্ব বিবেচনা করিয়া দেখ সেই ইষ্ট রাশি ও প্রদত্ত অজ্ঞাত রাশি পরস্পরের কিরূপ সম্বন্ধ আছে। এবং সেই সম্বন্ধ অনুসারে স ও উক্ত অজ্ঞাত রাশিগুলিকে তাহারা যে যে ক্রিয়া দ্বারা সম্বন্ধ তত্তৎ ক্রিয়ায় চিহ্ন সহ রাশিমালা আকারে লিখ।

তদনন্তর বিবেচনা করিয়া দেখ প্রদত্তসমূহে কোন রাশিমালা কোন রাশিমালাব সহিত সমান। সেই সমান রাশিমালাদ্বয় হঠাৎ স নিরূপিত হইবে।

এই নিয়মের প্রয়োগ ও হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ (১)। ক, খ, গ, তিনটি ভ্রাতৃবয়সের সমষ্টি ২১ বৎসর। জ্যেষ্ঠের বয়স কনিষ্ঠের বয়সের চতুর্গুণ, ও মধ্যমের বয়স কনিষ্ঠের বয়সের দ্বিগুণ। কাহার বয়স কত?

মনে কর কনিষ্ঠ গ এর বয়স =  $s$  বৎসর।

তাহা হইলে মধ্যম খ এর বয়স =  $২ \times s$  বৎসর,

এবং জ্যেষ্ঠ ক এর বয়স =  $৪ \times s$  বৎসর।

প্রদত্তসমূহে  $s + ২ \times s + ৪ \times s = ২১$  বৎসর।

∴  $৭ \times s = ২১$  বৎসর,

∴  $s = ৩$  বৎসর।

∴ ক এর বয়স =  $৪ \times ৩ = ১২$  বৎসর,

খ এর বয়স =  $২ \times ৩ = ৬$  বৎসর,

গ এর বয়স =  $৩$  বৎসর।

উদাহরণ (২)। ক, খ, গ, তিনটি বালকের প্রত্যেকের হাতে কএকটি করিয়া পরস আছে। কএব হাতে দত্ত আছে খ এর হাতে তাহার দ্বিগুণ অপেক্ষা ২টি কম, এবং গ এর হাতে তাহার তিনগুণ অপেক্ষা ৩টি কম। আর তিন জনের হাতের মোট পরসাব সংখ্যা কএব হাতের পরসাব সংখ্যাব পাঁচ গুণ। কাহার হাতে কত পরস আছে?

মনে কব ক এর হাতের পরসার সংখ্যা = স।

তাহা হইলে খ এর হাতের পরসার সংখ্যা =  $২ \times স - ২$ ,

এবং গ এর হাতের পরসার সংখ্যা =  $৩ \times স - ৩$ ।

প্রদ্রাহসাবে  $স + ২ \times স - ২ + ৩ \times স - ৩ = ৫ \times স$ ,

$$৬ \times স - ৫ = ৫ \times স।$$

উভয়দিক কইতে  $৫ \times স$  বাদ দিলে  $১ \times স - ৫ = ০$ ,

উভয়দিকে ৫ যোগ করিলে  $স = ৫$ ,

ক এর হাতে ৫টি পরসার,

খ এর হাতে  $২ \times ৫ - ৩ = ৮$ টি পরসার,

এবং গ এর হাতে  $৩ \times ৫ - ৩ = ১২$ টি পরসার আছে।

## ৬ (১)। উদাহরণমালা ।

১। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির গ, সা, গ, নির্ণয় কর ।

(১) ২৪ ও ৩০, ৩২ ও ৪৮, ২৪ ও ৬০, ১১৫ ও ১৬১ ।

(২) ১০৫ ও ৬০০, ৫০ ও ১২৫, ১২১ ও ১৩৩১, ৩৬১ ও ৩৮০০ ।

(৩) ১২৩৪৫৬৭৮৯ ও ৯৮৭৬৫৪৩২১ ।

(৪) ২৪, ৩০, ও ৪৮ । ১০৮, ১৪৪, ও ১৯২ ।

(৫) ১৫০, ২২৫, ও ৩৬৫ ।

(৬) ১৪৪, ১৮০, ২১৬, ও ৩১৪ ।

২। নিম্নলিখিত সংখ্যাগুলির ল, সা, গ, নির্ণয় কর ।

(১) ১২ ও ২৭, ১৪ ও ৪২, ১৪ ও ৬৩, ৩৫ ও ১১২ ।

(২) ৮৫২ ও ২৩৪৩, ১৪১৪ ও ২২২২ ।

(৩) ১২৩৪৫৬৭৮৯ ও ৯৮৭৬৫৪৩২১ ।

(৪) ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯ ।

(৫) ১, ৩, ৫, ৭, ৯, ১১, ১৩, ও ১৫ ।

(৬) ২, ৪, ৬, ৮, ১০, ১২, ১৪, ও ১৬ ।

## ৬ (২)। বিবিধ প্রশ্নমালা ।

১। ক, খ, গ, তিনটি বাগকেব প্রত্যেকেব হাতে কএকটি কবিতা পরস্পর আছে। তাহাব সমষ্টি ১৮। ক ও খ ব হাতে বাহা আছে তাহা একত্র করিলে ৯টি এবং ক ও গ ব হাতে বাহা আছে তাহা একত্র কবিলে ১২টি হয়। কাহাব হাতে কয়টি পরস্পর আছে তাহা নির্ণয় কর ।

২। ক বাঙ্গালা ১৩০১ সালে এবং খ বাঙ্গালা ১৩১১ সালে জন্মিয়াছে। খ অপেক্ষা ক কত বৎসরের বড়, এবং বর্তমান ১৩২০ সালে প্রত্যেকের বয়স কত ?

৩। কোন ব্যক্তির ২৫ বৎসর বয়সে একটি পুত্র জন্মে। পিতাব বয়স যখন ৪০ বৎসর পুত্রের বয়স তখন কত ? এবং পুত্রের বয়স যখন ৪০ বৎসর পিতার বয়স তখন কত হইবে ?

৪। একটি বাগানে ৫ সারি আম্র বৃক্ষ আছে, প্রত্যেক সারিতে ২৫টি করিয়া আম্র বৃক্ষ আছে, এবং প্রত্যেক আম্র বৃক্ষ হইতে ১৫টি কবিতা আম্র পাড়া হইয়াছে। মোট কতগুলি আম্র পাড়া হইয়াছে?

৫। কত দিবা ১৫ কে গুণ করিলে ২৪০ হইবে, এবং কত দিবা ২৪০ কে ভাগ করিলে ১৫ হইবে?

৬। একটি বাগানে ১৮ সারিতে মোট ৩২৪ টি নারিকেল গাছ আছে। প্রত্যেক সারিতে গাছের সংখ্যা সমান। সেই সংখ্যা কত?

৭। যদি ৯ টি আম্র ১ টাকার পাওয়া যায় তবে সেইরূপ ১১৭ টি আম্রের মূল্য কত?

৮। কোন বিদ্যালয়ের প্রথম শ্রেণিতে যত ছাত্র আছে দ্বিতীয় শ্রেণিতে তদপেক্ষা ৫ জন অধিক, এবং তৃতীয় শ্রেণিতে দ্বিতীয় শ্রেণি অপেক্ষা ১০ জন অধিক। যদি ঐ তিন শ্রেণির ছাত্র একত্র কবিলে তাহাদের সংখ্যা ৬৫ হয় তবে প্রত্যেক শ্রেণিতে কতগুলি ছাত্র আছে নির্ণয় কর।

৯। নিম্নলিখিত বাশিমালাকে সলন কর—

$$৬৮ \div (৩ \times ৪ + ৫) + ১৬ \times (২০ - ২ \times ৩ - ৩০) - (৪ - ৮ \div ৪)।$$

১০। নিম্নলিখিত বাশিমালার পরিমাণ নির্ণয় কর।

$$১০ \times ১২ - (১৩ \times ৩ - ১২ \times ২) - (৩ \times ৭ - ৪ \times ৫) + ৬০।$$

১১। ভিক্ষুককে দিবার নিমিত্ত বোন ব্যক্তির হস্তে ৬০ টি পয়সা আছে এবং তাঁহার ভ্রাতার হস্তে ৪৮ টি পয়সা আছে। উক্ত সংখ্যা করজন ভিক্ষুককে তদ্বারা উভয়ে নিজ নিজ হস্তস্থিত পয়সাগুলি সমান ভাগ করিয়া দিতে পারেন, এবং প্রত্যেক ভিক্ষুক সেই বিতরণে মোট কয়টি করিয়া পয়সা পাইবে?

১২। নূন সংখ্যা কতগুলি টাকা ইচ্ছা মত ৩ টি করিয়া, ৪ টি করিয়া, ৫ টি করিয়া, অথবা ৬ টি করিয়া থাক দেখা যাইতে পারে?

১৩। এক ব্যক্তি ১৫০০ টাকা তাহার ২ পুত্র ও ১ কন্যাকে এইরূপে ভাগ করিয়া দিতে ইচ্ছা করেন যে, প্রত্যেক পুত্রের ভাগ কন্যার ভাগের দ্বিগুণ হয়। কে কত টাকা পাইবে?

১৪। যদি ১৮ টি টাকা ক, খ, ও গ তিন জনকে এইরূপে ভাগ কবিতা দেওয়া হয় যে ক বাহা পাইবে খ তাহার দ্বিগুণ পাইবে, এবং খ বাহা পাইবে গ তাহার তিনগুণ পাইবে, তাহা হইলে কে কত পাইবে ?

১৫। দুইটি সংখ্যার গুণ ফল ৮৬৪, এবং তাহাদের ল, সা, গ, ৭২। তাহাদের গ, সা, গ, কত ?

১৬। নিম্নের অঙ্কমালাগুলির মূল্য নির্ণয় কর।

$$(১) ৬৮ - (৩ \times ৪ + ৫) + (২ \times ২০ \div ২ \times ৩ - ৩৩) - ৪ - ৮ - ৪।$$

$$(২) ২ \times ৩ \times ৪ - ৫ \times (২১ - ৪ \div ৫) + ৫ - ৬ \div (৩২ - ৩ \times ১০)।$$

$$(৩) (৩ - ২)^8 + (৪ \times ২ - ১৮ - ৩)^8 - (৬৬ \div ১১ - ১০ - ৫)^2।$$


---

## দ্বিতীয় অধ্যায় ।

অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া ।

উপক্রমণিকা ।

৬৫। পূর্ব অধ্যায়ে অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড বাশ্বিক কথা বলা হইয়াছে । কিন্তু কেবল অখণ্ড বাশ্বিক লইয়া সকল স্থলে কার্য্য চলে না, অনেক স্থলে খণ্ড বাশ্বিক বা ভগ্নাংশ লইতে হব । যথা, ৫টি সন্দেশ ২ টি বালককে সমান ভাগ করিয়া দিতে হইলে, প্রত্যেক বালক ২ টি ব কিঞ্চিৎ অধিক ও ৩ টি ব কিঞ্চিৎ অল্প সন্দেশ পাইবে, অর্থাৎ ২ টি অখণ্ড বা আন্ত সন্দেশ এবং তাল্লা আধখানি সন্দেশ পাইবে । আবার ৫টি সন্দেশ তিনটি বালককে সমান ভাগ করিয়া দিতে হইলে প্রত্যেকে ১ টি ব কিঞ্চিৎ আন্ত সন্দেশ পাইবে, এবং যে ২টি সন্দেশ বাকি থাকে তাহা তিন ভাগ করিতে হইবে । কিন্তু ২ টি সন্দেশ তিন ভাগে ভাগ করা সহজ নহে, এই জন্য প্রত্যেকটিকে তিন ভাগে ভাগ করিয়া তাহাব এক এক ভাগ প্রত্যেক বালককে দিতে হইবে । অতএব প্রত্যেক বালক ১ টি আন্ত সন্দেশ ও দুই টুকরা সন্দেশের তৃতীয়াংশ পাইবে । এইরূপে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ৫ কে ২ ভাগে ভাগ করিতে গোল দেখা যায় প্রত্যেক ভাগ ২ অপেক্ষা বড়, কিন্তু ৩ অপেক্ষা ছোট, অর্থাৎ প্রত্যেক ভাগ কোন অখণ্ড বাশ্বিক নহে । প্রত্যেক অখণ্ড ভাগ ২ সহ ভাগ শেষ যে ১ থাকে তাহাকে দুই ভাগে খণ্ড করিয়া তাহাবই এক এক ভাগ বোঝা করিলে, দুই এবং অর্ধ অর্থাৎ আড়াই এই সম্পূর্ণ ভাগফল পাওয়া যায় । এবং ৫ কে ৩ ভাগে ভাগ করিতে হইলে সম্পূর্ণ ভাগ ফল ১ ও একেব তৃতীয়াংশের দুই অংশ ।

৬৬। মূল সংখ্যা ১ কে ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি দ্বারা গুণ করিলে যেমন ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি অসংখ্য অখণ্ড সংখ্যা পাওয়া যায়, তেমনই মূল ১কে ২, ৩, ৪ ইত্যাদি ভাগে ভাগ করিলে অর্ধাংশ, তৃতীয়াংশ, চতুর্থাংশ ইত্যাদি অসংখ্য ভগ্নাংশ পাওয়া যায় ।



আবাব ইহাদেব প্রত্যেক অংশকে ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি দ্বারা গুণ করিলে—  
 এক অর্দ্ধাংশ, দুই অর্দ্ধাংশ, তিন অর্দ্ধাংশ, চারি অর্দ্ধাংশ ইত্যাদি,  
 এক তৃতীয়াংশ, দুই তৃতীয়াংশ, তিন তৃতীয়াংশ, চারি তৃতীয়াংশ ইত্যাদি,  
 এক চতুর্থাংশ, দুই চতুর্থাংশ, তিন চতুর্থাংশ, চারি চতুর্থাংশ ইত্যাদি,  
 ইত্যাদি, ইত্যাদি,

অসংখ্য ভগ্নাংশেব অসংখ্য শ্রেণি পাওয়া যায়। এবং এই সংখ্যা শ্রেণির মধ্যে সমস্ত খণ্ড ও অখণ্ড সংখ্যা আছে। যথা,

একের তিন ভাগেব দুই ভাগ দ্বিতীয় শ্রেণিৰ দ্বিতীয় সংখ্যা,

একের চারি ভাগেব দুই ভাগ তৃতীয় শ্রেণিৰ দ্বিতীয় সংখ্যা,

একের চারি ভাগেব তিন ভাগ তৃতীয় শ্রেণিৰ তৃতীয় সংখ্যা,

অখণ্ড দুই প্রথম শ্রেণির চতুর্থ সংখ্যা অথবা দ্বিতীয় শ্রেণির ষষ্ঠ সংখ্যা,

ইত্যাদি।

৬৭। এতদ্বিন্ন আব এক প্রকার ভগ্নাংশ আছে। যেমন ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদি অঙ্ক ও তাহাদেব প্রত্যেককে ১০, বা ১০ এব ১০ গুণ অর্থাৎ ১০০, বা ১০ এর ১০ গুণেব ১০ গুণ অর্থাৎ ১০০০, ইত্যাদি দ্বিবা গুণ করিয়া, সেই সকল অঙ্কেব বিজ্ঞাস দ্বাৰা সমস্ত অখণ্ড সংখ্যা লিখা যায়—

(১২—১৫ ধাৰা দ্রষ্টব্য), সেইরূপ ১, ২, ৩, ৪ ইত্যাদিকে ১০, বা ১০এব ১০ গুণ অর্থাৎ ১০০, বা ১০ এব ১০ গুণেব ১০ গুণ অর্থাৎ ১০০০, ইত্যাদি ভাগে ভাগ করিয়া তদ্বাৰা,

১এব দশাংশেব ১ অংশ, দশাংশেব ২ অংশ, দশাংশেব ৩ অংশ ইত্যাদি,

২এব দশাংশেব ১ অংশ, দশাংশেব ২ অংশ, দশাংশেব ৩ অংশ ইত্যাদি,

৩এব দশাংশেব ১ অংশ, দশাংশেব ২ অংশ, দশাংশেব ৩ অংশ ইত্যাদি,

৪এব দশাংশেব ১ অংশ, দশাংশেব ২ অংশ, দশাংশেব ৩ অংশ ইত্যাদি,

ইত্যাদি,

ইত্যাদি,

১এর শতাংশেব ১ অংশ, শতাংশেব ২ অংশ, শতাংশেব ৩ অংশ ইত্যাদি,

২এর শতাংশেব ১ অংশ, শতাংশেব ২ অংশ, শতাংশেব ৩ অংশ ইত্যাদি,

৩এব শতাংশেব ১ অংশ, শতাংশেব ২ অংশ, শতাংশেব ৩ অংশ ইত্যাদি,

ইত্যাদি,

ইত্যাদি,

১এব সহস্রাংশের ১ অংশ, সহস্রাংশের ২ অংশ, সহস্রাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,  
২এব সহস্রাংশের ১ অংশ, সহস্রাংশের ২ অংশ, সহস্রাংশের ৩ অংশ ইত্যাদি,  
ইত্যাদি, ইত্যাদি,

অসংখ্য ভগ্নাংশের অসংখ্য শ্রেণি পাওয়া যায় ।

এই অসংখ্য শ্রেণির মধ্যে সমস্ত অখণ্ড সংখ্যা আছে তাহা সহজেই বুঝা যায় কাবণ, ২ প্রথম শ্রেণির বিশতি অংশ বা দ্বিতীয় শ্রেণির দশাংশ ইত্যাদি ।  
৫ প্রথম শ্রেণির ত্রিশ অংশ, বা তৃতীয় শ্রেণির দশাংশ, ইত্যাদি ।

এই অসংখ্য শ্রেণির মধ্যে সমস্ত খণ্ড সংখ্যা বা ভগ্নাংশ আছে কি না তাহা পরে জানা যাইবে । (এই অধ্যায়ের দ্বিতীয় ভাগের বস্তু পৰিচ্ছেদ দ্রষ্টব্য) ।

৩৮। প্রথমোক্ত প্রকার ভগ্নাংশকে **সামান্য ভগ্নাংশ** বলে ।  
কাবণ তাহা মূল বাশিকে ৩ই, তিন, চারি ইত্যাদি যে কোন সামান্য সংখ্যক ভাগে ভাগ করা য় ফল ।

দ্বিতীয়োক্ত প্রকারের ভগ্নাংশকে **দশমিক ভগ্নাংশ** বলে ।  
কাবণ তাহা মূল বাশিকে দশ, শত অর্থাৎ দশগুণ দশ, সহস্র অর্থাৎ দশগুণ শত ইত্যাদি সংখ্যক ভাগে ভাগ করা য় ফল ।

এই দুই প্রকার ভগ্নাংশের কথা এই অধ্যায়ের দুই ভাগে পৃথক ভাবে আলোচিত হইবে ।



## প্রথম ভাগ ।

সামান্য ভগ্নাংশ ।

প্রথম পরিচ্ছেদ ।

সামান্য ভগ্নাংশ লিখন ও পঠন ।

সামান্য ভগ্নাংশের আকার পরিবর্তন ।

৬৯। পূর্বেই বলা হইয়াছে ( ৬৫ ও ৬৬ ধাৰা দ্রষ্টব্য ) প্রত্যেক ভগ্নাংশট মূল ১ কে ২, ৩ ইত্যাদিৰ মধ্যে কোন বিশেষ সংখ্যক ভাগে ভাগ কবিত্তা সেই ভাগেৰ ১, ২, ৩ ইত্যাদিৰ মধ্যে কোন বিশেষ সংখ্যক সমষ্টি । অতএব কোন ভগ্নাংশের পরিমাণ স্থিৰ কবিত্তে হইলে দুইটি সংখ্যা জানা আবশ্যক । প্রথম, মূল ১ কে কত ভাগে ভাগ কৰা হইবাডে, দ্বিতীয়, সেইরূপ ভাগেৰ কতগুলি ভাগ লওয়া হইয়াছে । প্রথমোক্ত সংখ্যাকে ভগ্নাংশের হ্রস্ব ও দ্বিতীয়োক্ত সংখ্যাকে ভগ্নাংশের লব বলে ।

যথা, চতুৰ্থাংশের তিন অংশ এস্থলে ভগ্নাংশের হব ৬, লব ৩ ।

মূল ১ কে কোন বিশেষ সংখ্যক ভাগে ভাগ কবিত্তা সেইরূপ ভাগেৰ কোন বিশেষ সংখ্যক সমষ্টি লটলে যে ফল হয়, শেষোক্ত সংখ্যাকে প্রথমোক্ত সংখ্যা দিয়া ভাগ কবিত্তা তাহাৰ এক ভাগ লইলেও ঠিক সেই ফল হইবে ।

যথা, ১ কে ৬ ভাগে ভাগ কবিত্তা তাহাৰ ৩ ভাগ লইলে যাঁহা হইবে, ১ কে ৪ ভাগে ভাগ কবিত্তা তাহাৰ ১ ভাগ লইলেও ঠিক সেই ফল চইবে । কারণ ৩ কে ৪ ভাগ কবাৰ অৰ্থ এই যে, ৩ যে তিনটি একেব সমষ্টি তাহাদেব প্রত্যেকটিকে ৪ ভাগে ভাগ কবা অৰ্থাৎ এককে ৪ ভাগে ভাগ কবিত্তা সেইরূপ ৩ টি ভাগ লওয়া । অতএব প্রত্যেক ভগ্নাংশের আৰ একটি অৰ্থ এই যে, তাহা লব কে হব ঘাৰা ভাগেৰ ভাগফল । আৰ তাহাই যদি হইল তবে ভগ্নাংশ লিখিবার সম্বন্ধে পূর্বেই ( ৯ ধাৰা দ্রষ্টব্য ) নির্দিষ্ট কৰা হইয়াছে, ও তাহা হব ঘাৰা লবকে ভাগেৰ চিহ্ন, যথা,  $\frac{লব}{হব}$  । যথা, ১ কে ৪ ভাগ কবিত্তা তাহাৰ ৩ ভাগ লইলে যে ভগ্নাংশ হব তাহা  $\frac{৩}{৪}$  এইরূপে লিখিত হইবে ।

প্রত্যেক ভগ্নাংশ দুই প্রকারে পঠিত হইতে পারে। যথা,  $\frac{2}{3}$  ইহাকে “চতুর্থাংশের তিন অংশ” অথবা “তিন চতুর্থাংশ” বলিয়া পাঠ করা যাইতে পারে। ইহাৰ মধ্যে দ্বিতীয় প্রণালীটি অপেক্ষাকৃত সংক্ষিপ্ত ও অধিক প্রচলিত, এবং তাহা আবণ্ড সংক্ষিপ্ত করা যায়, যথা,

“তিন চতুর্থ” “তিন—চার” বা “তিনেব—চাব” ।

৭০। সামান্য ভগ্নাংশের কএকটি প্রকার ভেদ আছে। যথা—

(১) **প্রকৃত ভগ্নাংশ** অর্থাৎ বাহাব লব হব অপেক্ষা ছোট।  
ইহারা প্রকৃতই ভগ্নাংশ যথা  $\frac{2}{3}$  ।

(২) **অপ্রকৃত ভগ্নাংশ**, অর্থাৎ বাহাব লব হব অপেক্ষা বড়।  
ইহারা আকারে ভগ্নাংশ হইলেও কখন সম্পূর্ণ অখণ্ড বাশি, কখন মিশ্র বাশি অর্থাৎ অখণ্ড বাশি ও ভগ্নাংশের সমষ্টি।

যথা  $\frac{5}{2} = ২$ , অর্থাৎ একেব তিন ভাগেব ছয় ভাগ ঠিক দুই ২।

$\frac{5}{2} = ২\frac{১}{২}$ , অর্থাৎ একেব তিন ভাগের পাঁচ ভাগ অখণ্ড এক ও তাহাব সঙ্গে তিন ভাগেব দুই ভাগ।

(৩) **মিশ্র ভগ্নাংশ** অর্থাৎ অখণ্ড বাশি ও প্রকৃত ভগ্নাংশের সমষ্টি।

যথা,  $১\frac{১}{২}$  ।

(৪) **ভগ্নাংশের ভগ্নাংশ**। যথা,  $\frac{1}{2}$  এব  $\frac{2}{3}$  ।

(৫) **জটিল ভগ্নাংশ**, অর্থাৎ বাহাব লব ও হব উভয়ই ভগ্নাংশ।

যথা,  $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{2}{3}}$  ।

৭১। **ভগ্নাংশ রূপান্তর করণের মূল মূল**।

(১) কোন বাশিকে যে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ কবিলে পুনরায় সেই সংখ্যা দিয়া ভাগ কবিলে ভাগফল সেই বাশিই হয়।

কাৰণ, গুণনের ফল গুণ্য বাশিব যত গুণ,

ভাগেব ফল সেই গুণকলেব তত ভাগ। সুতরাং তাহা ঠিক মূল বাশিট হইবে।

(২) কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ কৰিতে হইলে ভগ্নাংশের লবকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ কবিলেই হইবে।

কারণ, ভগ্নাংশের অর্থ এককে হব ভাগে ভাগ কবিতা সেই ভাগের লব গুণ লওয়া । সুতরাং ভগ্নাংশকে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ করা, আর তাহাতে একের হব ভাগের বত ভাগ লওয়া ইটমাছে তাহাকে অর্থাৎ লবকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ করা, একই ফলদায়ক ।

$$\text{যথা, } \frac{১}{৫} \times ৩ = \frac{৩}{৫} = .৬$$

(৩) কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগ কবিত্তে ইটলে ভগ্নাংশের হরকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ কবিলেই হইবে ।

কাবণ, কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগের অর্থ, মূল একের গৃহীত লব সংখ্যক ভাগগুলিকে সেই অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা । সুতবাং মূল এককে হর সংখ্যক ভাগের স্থলে হবকে সেই অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ করিয়া যে গুণফল হয় তত ভাগে ভাগ কবিতা তাহাব লব সংখ্যক ভাগ লইলই হইবে ।

$$\text{যথা, } \frac{১}{৫} \div ৩ = \frac{১}{১৫} = .০৬$$

(৪) কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ কবাব ও তাহার হরকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ কবাব একই ফল ।

কাবণ, কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ কবাব অর্থ মূল একের গৃহীত ভাগগুলিকে সেই সংখ্যক গুণে বর্দ্ধিত করা । এবং হবকে সেই সংখ্যক ভাগে ভাগ কবিলেও মূল একের ভাগগুলিব প্রত্যেক এবং তাহা হইলেই তাহাদের সমষ্টি ঠিক তত গুণে বর্দ্ধিত হইবে ।

$$\text{যথা, } \frac{১}{৫} \times ৩ = \frac{৩}{৫} = .৬$$

(৫) কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগ কবাব ও তাহার লবকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ কবাব একই ফল ।

কারণ, কোন ভগ্নাংশকে কোন অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা ভাগের অর্থ ভগ্নাংশে গৃহীত মূল একের অংশগুলিকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ করা ।

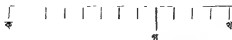
$$\text{যথা, } \frac{১}{৫} \div ৩ = \frac{১}{১৫} = .০৬$$

(৬) কোন ভগ্নাংশের লব ও হব উভয়কেই যে কোন সংখ্যা দ্বারা গুণ অথবা ভাগ কবিলে ভগ্নাংশের পবিমাণের কোন পরিবর্তন হব না ।

কাবণ, লব ও হব উভয়কে একই সংখ্যা দ্বারা গুণ করা অথবা ভাগ করা অর্থ, ভগ্নাংশকে সেই সংখ্যা দ্বারা গুণ ও ভাগ অথবা ভাগ ও গুণ করা, এবং তাহাতে ভগ্নাংশের পবিমাণের পবিবর্তন হয় না ।

$$\text{যথা } \frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10} = \frac{2 \times 2}{10 \times 2} = \frac{4}{20} = \frac{4}{20} \text{।}$$

উপাবব কথাটি আব এক প্রকাৰে স্পষ্টরূপে বুঝান যায়।



মনে কব ক খ সবল বেখাটি একবুট লম্বা এবং তাহাট মূল এক।

তাহাকে ৬ ভাগে ভাগ কবিলে প্রত্যেক ভাগ ১ টি এবং সেইরূপ ৮ ভাগ লইলে ৮ টি হয়। এবং সেই ৮ ভাগ ক গ পরিমিত হইবে।

অর্থাৎ সে স্থলে  $\frac{1}{5}$  ভগ্নাংশের পরিমাণ ক গ হইবে।

অবাব ক খ বেখাকে  $3 \times 2$  অর্থাৎ ১২ ভাগে ভাগ কবিলে, প্রত্যেক ভাগ ১ টি হয়। আব সেইরূপ  $8 \times 2$  অর্থাৎ ৮ ভাগ লইলে ৮ টি হয়, এবং সেই ৮ ভাগ ক গ পরিমিত হইবে।

অর্থাৎ সে স্থলে  $\frac{1}{5}$  ভগ্নাংশের পরিমাণ ক গ হইবে।

এং ক খ বেখাকে  $3-2$  অথবা ৩ ভাগে ভাগ কবিলে প্রত্যেক ভাগ ১ টি হয়, আব সেইরূপ  $8-2$  অথবা ২ ভাগ লইলে ৮ টি হয়, এবং সেই ২ ভাগ ক গ পরিমিত হইবে।

অর্থাৎ সে স্থলেও  $\frac{1}{5}$  ভগ্নাংশের পরিমাণ ক গ হইবে।

$$\text{অতএব } \frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10}, \\ = \frac{2 \times 2}{10 \times 2} = \frac{4}{20} \text{।}$$

৭২। ভগ্নাংশ রূপান্তর করণের নিয়ম।

(১) কোন ভগ্নাংশকে তাহাব হবের কোন গুণিতক হব বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিবর্তিত কবিলে, প্রথমেই হবকে যে সংখ্যা দ্বারা গুণ কবিলে সেই গুণিতক পাওয়া যায় সেই সংখ্যা দ্বারা সেই ভগ্নাংশের হব ও লব উভয়কে গুণ কবিলে হইবে।

যথা, যুকে ২৪ হব বিশিষ্ট ভগ্নাংশে রূপান্তরিত কবিলে হইলে,

$$\text{যখন দেখা যাউতেছে, } 24 = 6 \times 4,$$

$$\text{তখন } 2 = \frac{2 \times 4}{4 \times 4} [91 (৬)],$$

- ২৪, ইহাই আবশ্যকীয় পরিবর্তিত আকার।

(২) কোন ভগ্নাংশকে লঘিত আকারে আনিতে হইলে, এবং ও হব উভয়কে তাহাদের গবিষ্ঠ সাধারণ গুণনীয়ক দ্বারা ভাগ করিতে হইবে।

যথা,  $\frac{২৫}{১৮}$  কে লঘিত আকারে আনিতে চাইলে,

যখন দেখা যাইতেছে ১৮ ও ২৫ এর গ, সা, গ, ৩,

তখন  $\frac{২৫}{১৮} = \frac{২৫ \div ৩}{১৮ \div ৩} = \frac{৫}{৬}$ , ইহাই উক্ত ভগ্নাংশের লঘিত আকার।

এই নিয়মটি অন্য প্রকারে বলা যাইতে পারে, যথা—

কোন ভগ্নাংশকে লঘিত আকারে আনিতে হইলে তাহার লবে ও চবে যত গুলি সাধারণ উৎপাদক আছে তাহাদিগকে বাদ বা কাটিয়া দাও।

যথা,  $\frac{২৫}{১৮} = \frac{৫ \times ৫}{২ \times ৩ \times ৩} = \frac{৫}{৬}$ , ইহাই উক্ত ভগ্নাংশের লঘিত আকার।

(৩) কোন অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্র বাশিতে আনিতে চাইলে, লবকে চব দিয়া ভাগ করিয়া যে ভাগ ফল হয় তাহা মিশ্র বাশির অখণ্ড সংখ্যা, এবং ভাগশেষের নিঃসৃত হব লিখিলে তাহা মিশ্র বাশির প্রকৃত ভগ্নাংশ ভাগ, চটান।

যথা,  $\frac{১৩}{৫} = \frac{১৩ \div ৫}{৫ \div ৫} = \frac{২}{১} + \frac{৩}{৫}$

$$= ৩\frac{৩}{৫}।$$

(৪) কোন মিশ্র বাশিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে আনিতে হইলে, তাহার অখণ্ড সংখ্যাটিকে ভগ্নাংশ ভাগের চব দিয়া ৬৭ করিয়া সেই গুণফল ভগ্নাংশ ভাগের লবের সহিত যোগ করিলে সেই যোগ দ্বারা অপ্রকৃত ভগ্নাংশের লব হইবে, এবং ভগ্নাংশ ভাগের চব তাহার চব হইবে।

যথা,  $৩\frac{৩}{৫} = \frac{৩ \times ৫}{৫} + \frac{৩}{৫} = \frac{১৫+৩}{৫}$ ,

$$= \frac{১৮}{৫}।$$

কারণ,  $৩\frac{৩}{৫} = ৩ + \frac{৩}{৫}$ ,

এবং  $৩ = \frac{১৫}{৫} = \frac{১৫}{৫}$ ,

অতএব  $৩\frac{৩}{৫} = \frac{১৫}{৫} + \frac{৩}{৫}$ ।

এবং মূল এককে ৪ ভাগ করিয়া সেটরূপ ১২ ভাগ লইয়া তাহাতে আবল এককে ৪ ভাগ করিয়া তাহার এক ভাগ যোগ দিলে, যোগ ফল প্রবেশ চতুর্থাংশের

$১২ + ১ = ১৩$  অংশ হইবে।

অতএব  $৩\frac{৩}{৫} = \frac{১২}{৫} + \frac{১}{৫} = \frac{১২+১}{৫} = \frac{১৩}{৫}$ ।

\* (৫) কোন ভগ্নাংশের ভগ্নাংশকে সবল ভগ্নাংশের আকারে আনিতে চটলে, ঐ ভগ্নাংশ ছয়ের লবের গুণফল নূতন লব ও তাহারেব হবের গুণফল নূতন হব হইবে।

উদাহরণ হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে বঝা যাইবে।

যথা,  $1 \frac{1}{2}$  এর  $\frac{2}{3}$  =  $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = 1$ ।

সারণ,  $\frac{2}{3}$  এর  $\frac{3}{2}$  ইহার অর্থ এই যে,

, কে মূল এল স্বরূপ মনে করিয়া তাহার

, ভাগ লওয়া যাইবে, অর্থাৎ

কে ৩ ভাগে ভাগ করিয়া সেটরূপ ২ ভাগ লওয়া হইবে।

\* কে ২ ভাগে ভাগ করিলে প্রত্যেক ভাগ =  $\frac{1}{2}$ ।

এক সেইরূপ ২ ভাগ লগলে তাহা =  $1 \frac{1}{2}$ । [ ৭১ (৩) ও (২) দ্রষ্টব্য। ]

(৬) কোন জটিল ভগ্নাংশকে সবল ভগ্নাংশে আনিতে চটলে, প্রথমে উপরবব ও নিম্নের উভয় বাশিকে তাহার বাশি চাইলে অপ্রকৃতভগ্নাংশে আনিতে চটবে, তাহার পর উপরবব ভগ্নাংশের অর্থাৎ লব স্বরূপ ভগ্নাংশের লব ও নিম্নের ভগ্নাংশের অর্থাৎ হব স্বরূপ ভগ্নাংশের হব এই দুই সংখ্যার গুণফল নূতন লব চাইবে, এবং প্রথমোক্ত ভগ্নাংশের হব ও দ্বিতীয়োক্ত ভগ্নাংশের লব এই ১৮ সংখ্যার গুণফল নূতন হব চাইবে। ইহার হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে বঝা যাইবে।

যথা,  $\frac{2 \frac{1}{2}}{3 \frac{1}{2}} = \frac{5}{7} = \frac{2 \frac{1}{2} \times 7}{3 \frac{1}{2} \times 7} = \frac{17 \frac{1}{2}}{24 \frac{1}{2}} = \frac{35}{49}$  (লঘিত আকারে)।

সারণ,  $\frac{5}{7}$  ইহার অর্থ  $2 \frac{1}{2}$  কে  $7$  দ্বিগুণ ভাগ করা,

অর্থাৎ  $7$  কে  $2 \frac{1}{2}$  দ্বিগুণ ভাগ করা,

অর্থাৎ  $\frac{5}{7}$  কে  $2 \frac{1}{2} \times 7$  দ্বিগুণ ভাগ করা,

অর্থাৎ  $2 \frac{1}{2} \times 7$  সংখ্যক একের ১২ ভাগের ভাগকে,

(১৪ × ৩)

ভাগ দ্বিগুণ ভাগ করা।



অর্থাৎ  $(৭ \times ৪)$  কে  $(১৪ \times ৩)$  দিয়া ভাগ করা, বাবদ ভাজা ও ভাজক উভয়ই একেব কতকগুলি ১২ ভাগের ভাগ।

$$\text{অতএব } \frac{২১}{৩৬} = \frac{৭}{১২} = \frac{৭ \times ৪}{১২ \times ৩} = \frac{২৮}{৩৬}।$$

৭৩। দুই বা ততোধিক ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ সাধাবণ হব বিশিষ্ট ভগ্নাংশে পরিবর্তিত কবিত্তে হইলে, তাহাদিগকে প্রথমে লঘিষ্ঠ আবাবে আনিয়া, তাহাদের হবের লঘিষ্ঠ সাধাবণ গুণিতক নির্ণয় কবিত্তে চষ্টবে, এবং তাহাট নূতন হব হইবে। আর সেই নূতন হবকে প্রত্যেক ভগ্নাংশের হব দিয়া ভাগ করিয়া ভাগফল দ্বাৰা সেই ভগ্নাংশের লবের গুন কবিয়া যে গুণফল হব তাহাই সেই ভগ্নাংশের নূতন লব হইবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

যথা  $\frac{১}{২}, \frac{১}{৩}, \frac{১}{৬}, \frac{১}{১২}$  এই চারিটি ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ সাধাবণ হব বিশিষ্ট ভগ্নাংশে আনিতে হইলে,

$\frac{১}{২}, \frac{১}{৩}, \frac{১}{৬}, \frac{১}{১২}$  ইহাদের স্থলে প্রথমে তাহাদের লঘিষ্ঠ আণাব,

$\frac{১}{২}, \frac{১}{৩}, \frac{১}{৬}, \frac{১}{১২}$  লিখিতে হইবে।

তাহাব পর দেখা যাইতেছে, ২, ৩, ৬, ১২ ইহাদের ১, ২, ৩, ৬, ১২, ১২, ১২, ১২,

এবং  $৩০ - ২ = ২৮$ ,  $৩০ - ৩ = ২৭$ ,  $৩০ - ৬ = ২৪$ ,  $৩০ - ১২ = ১৮।$

অতএব  $\frac{১}{২} = \frac{১৪}{২৮}, \frac{১}{৩} = \frac{১০}{৩০}, \frac{১}{৬} = \frac{৫}{৩০}, \frac{১}{১২} = \frac{২}{৩০}।$

$\frac{১}{২} = \frac{১৪}{২৮}, \frac{১}{৩} = \frac{১০}{৩০}, \frac{১}{৬} = \frac{৫}{৩০}, \frac{১}{১২} = \frac{২}{৩০}।$

$\frac{১}{২} = \frac{১৪}{২৮}, \frac{১}{৩} = \frac{১০}{৩০}, \frac{১}{৬} = \frac{৫}{৩০}, \frac{১}{১২} = \frac{২}{৩০}।$

$\frac{১}{২} = \frac{১৪}{২৮}, \frac{১}{৩} = \frac{১০}{৩০}, \frac{১}{৬} = \frac{৫}{৩০}, \frac{১}{১২} = \frac{২}{৩০}।$

৭৪। উপরি উক্ত রূপান্তর দ্বাৰা ভগ্নাংশের পরিমাত্রের তুলনা করা যায়।

যথা,

যখন  $\frac{১}{২} = \frac{১৪}{২৮}$  অর্থাৎ ৩০ ভাগের ১৪ ভাগ,

$\frac{১}{৩} = \frac{১০}{৩০}$  ২০,

$\frac{১}{৬} = \frac{৫}{৩০}$  ২৫,

এবং  $\frac{১}{১২} = \frac{২}{৩০}$  ৩০, .. .... ৩০,

তখন দেখা যাইতেছে  $\frac{১}{২}$  সর্বাধিক বড়, ও  $\frac{১}{১২}$  সর্বাধিক ছোট।

৭। উদাহরণ মালা ।

১। নিম্নলিখিত অপ্রকৃত ভগ্নাংশগুলিকে মিশ্র বা অখণ্ড বাশিতে পরিবর্তিত কব—

(১)  $\frac{3}{4}$ । (২)  $\frac{5}{8}$ । (৩)  $\frac{7}{12}$ । (৪)  $\frac{9}{16}$ । (৫)  $\frac{11}{20}$ ।

২। নিম্নের মিশ্রবাশিগুলিকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে পরিবর্তিত কব—

(১)  $১\frac{1}{2}$ । (২)  $৩\frac{১}{৪}$ । (৩)  $১১\frac{১}{২}$ । (৪)  $১৬\frac{১}{৫}$ । (৫)  $১০০\frac{১}{১০০}$ ।

৩। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশের ভগ্নাংশগুলিকে তাহাদের সবল লঘিষ্ট আকারে আন—

(১)  $\frac{১}{২}$  এবং  $\frac{১}{৩}$ । (২)  $\frac{১}{৪}$  এবং  $\frac{১}{৫}$ । (৩)  $\frac{১}{৬}$  এবং  $\frac{১}{৮}$ ।

(৪)  $\frac{১}{৯}$  এবং  $\frac{১}{১০}$ । (৫)  $\frac{১}{১১}$  এবং  $\frac{১}{১২}$ ।

৪। নিম্নের জটিল ভগ্নাংশগুলিকে সবল আকারে আন—

(১)  $\frac{২\frac{১}{২}}{৩\frac{১}{৪}}$ । (২)  $\frac{১\frac{১}{২}}{২\frac{১}{৪}}$ । (৩)  $\frac{৩৩\frac{১}{২}}{১৬\frac{১}{২}}$ । (৪)  $\frac{৮\frac{১}{২}}{১\frac{১}{২}}$ । (৫)  $\frac{১\frac{১}{২}}{১\frac{১}{২}}$ ।

৫। নিম্নের ভগ্নাংশগুলিকে তাহাদের লঘিষ্ট আকারে আন—

(১)  $\frac{১}{২}$ । (২)  $\frac{১}{৩}$ । (৩)  $\frac{১}{৪}$ । (৪)  $\frac{১}{৫}$ । (৫)  $\frac{১}{৬}$ ।

৬। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে তুল্যমান লঘিষ্ট সাধারণ হুব বিশিষ্ট আকারে পরিবর্তিত কব—

(১)  $\frac{১}{২}$ ,  $\frac{১}{৩}$ ,  $\frac{১}{৪}$ ,  $\frac{১}{৫}$ । (২)  $\frac{১}{৬}$ ,  $\frac{১}{৭}$ ,  $\frac{১}{৮}$ ,  $\frac{১}{৯}$ ।

(৩)  $\frac{১}{১০}$ ,  $\frac{১}{১১}$ ,  $\frac{১}{১২}$ ,  $\frac{১}{১৩}$ । (৪)  $\frac{১}{১৪}$ ,  $\frac{১}{১৫}$ ,  $\frac{১}{১৬}$ ,  $\frac{১}{১৭}$ ।

(৫)  $\frac{১}{১৮}$ ,  $\frac{১}{১৯}$ ,  $\frac{১}{২০}$ ,  $\frac{১}{২১}$ ।

৭। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে তাহাদের পরিমাণ অনুসারে লিখ—

(১)  $\frac{১}{২}$ ,  $\frac{১}{৩}$ ,  $\frac{১}{৪}$ ,  $\frac{১}{৫}$ । (২)  $\frac{১}{৬}$ ,  $\frac{১}{৭}$ ,  $\frac{১}{৮}$ ,  $\frac{১}{৯}$ ।

(৩)  $\frac{১}{১০}$ ,  $\frac{১}{১১}$ ,  $\frac{১}{১২}$ ,  $\frac{১}{১৩}$ । (৪)  $\frac{১}{১৪}$ ,  $\frac{১}{১৫}$ ,  $\frac{১}{১৬}$ ,  $\frac{১}{১৭}$ ।

(৫)  $\frac{১}{১৮}$ ,  $\frac{১}{১৯}$ ,  $\frac{১}{২০}$ ,  $\frac{১}{২১}$ ।

## দ্বিতীয় পত্রিচ্ছেদ ।

## সামান্য ভগ্নাংশের যোগ ।

৭৫। **মিশ্রস্ম**। যোজ্য ভগ্নাংশগুলিকে লঘিষ্ঠ সবল ভগ্নাংশের আকারে আন, তাহাৰ পৰ অগ্ৰকৃত ভগ্নাংশ থাকিলে তাহাদিগকে মিশ্র বাশিতে আন, তদনন্তৰ অৰণ্ড সংখ্যাগুলিকে পৃথক্ যোগ কৰ, এবং প্রকৃত ভগ্নাংশগুলিকে লঘিষ্ঠ সাধাৰণ হৰ বিশিষ্ট আকাৰে আনিয়া তাহাদেৰ লবগুলি যোগ কৰ। এই লবেৰ যোগফল সমষ্টিৰ লব, ও লঘিষ্ঠ সাধাৰণ হৰ সমষ্টিৰ হৰ হইবে। এই শেৰোক্ত লব ও হৰ লইয়া যে ভগ্নাংশ হইল তাহা অগ্ৰকৃত হইলে মিশ্র বাশিতে আনিয়া তাহাৰ অৰণ্ড অংশ পূৰ্বোক্ত অৰণ্ড সংখ্যাৰ নমষ্টিতে যোগ কৰ, এবং তাহাৰ ভগ্নাংশ ভাগ লঘিষ্ঠ আকাৰে আনিয়ন কৰ। শেৰোক্ত অৰণ্ড সংখ্যাৰ যোগফল ও ভগ্নাংশ ভাগ একত্ৰ কৰিলে তাহাটো যোজ্য ভগ্নাংশ সমূহেৰ যোগফল হইবে।

হেতু। দুই বা তাহাৰ অধিক ভগ্নাংশ যোগেৰ অৰ্থ এই যে তাহাদেৰ অৰণ্ড সংখ্যাৰ ভাগগুলিকে যোগ করা, এবং প্রকৃত ভগ্নাংশ ভাগগুলিকে যোগ করা, এবং এই চই যোগফলেৰ সমষ্টি লওয়া। আৰ প্রকৃত ভগ্নাংশ গুলিকে যোগ করাৰ অৰ্থ এই যে তাহাতে এবেৰ যতগুলি পণ্ডাংশ আছে তাহা সমস্ত যোগ কৰা। কিন্তু ভিন্ন ভিন্ন প্রকাৰেৰ পণ্ডাংশ যোগ কৰা যায় না,—যথা এককে ১ ভাগ কৰিয়া তাহাৰ ১ ভাগকে এককে ৫ ভাগ কৰিয়া তাহাৰ ২ ভাগেৰ সহিত যোগ কৰা যায় না,—

এইজন্য যোজ্য ভগ্নাংশগুলিকে (অৰ্থাৎ উপবে উক্ত  $\frac{1}{2}$  ও  $\frac{1}{3}$  কে) তুল্যমান লঘিষ্ঠ সাধাৰণ হৰ বিশিষ্ট আকাৰে (অৰ্থাৎ  $\frac{1}{6}$  ও  $\frac{1}{3}$  আকাৰে) আনিতে হয়। তাহাৰ পৰ একেৰ ঐ সাধাৰণ হৰ সংখ্যক ভাগেৰ লব সংখ্যক ভাগগুলি (অৰ্থাৎ এস্থলে ১৫ ভাগেৰ ৫ ভাগ ও ৬ ভাগ) একত্ৰ কৰিয়া, সমষ্টিৰ লব পাওয়া যাইবে, ও ঐ সাধাৰণ হৰ সমষ্টিৰ হৰ হইবে। এবং ঐ লব ও হৰ লইয়া যে ভগ্নাংশ হইবে তাহা প্রকৃত ভগ্নাংশ ভাগেৰ যোগফল হইবে (অৰ্থাৎ এস্থলে  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$  যোগফল হইবে)।

এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহরণ দৃষ্টে আবণ্ড স্পষ্টরূপে বুঝা বাইবে।

উদাহরণ।  $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}$  যোগ কর।

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \\ &= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \\ &= (2 + 3 + 4 + 5) + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \\ &= 10 + \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} \\ &= 10 + \frac{1}{2} = 10 + 2 + \frac{1}{2} \\ &= 12 \frac{1}{2}। \end{aligned}$$

যেহা ভগ্নাংশগুলিকে লঘিত্ত সবল আকাবে, ও তন্মধ্যে অগ্রকৃত ভগ্নাংশ  
গুলিকে মিশ্র বাশিতে, আনিয়া দেখা গেল অধিক সংখ্যাগুলিব সমষ্টি

$$= 2 + 3 + 4 + 5 \text{ অর্থাৎ } 10, \text{ এবং প্রকৃত ভগ্নাংশগুলিব সমষ্টি}$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6}, \text{ অর্থাৎ,}$$

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6},$$

অর্থাৎ এককে ৩৬ ভাগ কবিয়া তাকাব,

$$10 + 28 + 29 + 36 + 32 \text{ ভাগ} = 29 \text{ ভাগ, এবং তাহা}$$

$$= \frac{29}{36} = 2 \frac{17}{36}।$$

$$\text{অতএব সম্পূর্ণ যোগফল} = 10 + 2 \frac{17}{36} = 12 \frac{17}{36}।$$

## ৮। উদাহরণ মালা।

নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিব যোগফল নির্ণয় কর।

$$১। \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}।$$

$$২। \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}।$$

$$৩। \frac{1}{2} \text{ এর } ২, \frac{2}{3} \text{ এর } ৩, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}।$$

$$৪। \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}।$$

$$৫। \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}।$$

## তৃতীয় পরিচ্ছেদ ।

### সামান্য ভগ্নাংশের বিয়োগ ।

৭৬। **মিশ্র**। বিয়োজন ও বিয়োজ্য ভগ্নাংশকে সবল লঘিষ্ঠ আকাৰে এবং অপ্রকৃত ভগ্নাংশকে মিশ্রবাৰিতে আন। তদনন্তৰ, বিয়োজনেৰ অথগু বাৰি হইতে বিয়োজ্যেৰ অথগু বাৰি বাদ দিয়া বাকি থাকে তাহা লিখ, এবং বিয়োজন বিয়োজ্যেৰ প্রকৃত ভগ্নাংশদ্বয়কে লঘিষ্ঠ সাধাবণ হব বিশিষ্ট আকাৰে আনিয়া, বিয়োজন ভগ্নাংশেৰ লব হইতে বিয়োজ্যেৰ লব বাদ দেও। এই লবেৰ বিয়োগফল বাকিৰ লব হইবে ও লঘিষ্ঠ সাধাবণ হব ভাগ্যৰ হব হইবে। এই শেষোক্ত লব ও হব লইয়া বে ভগ্নাংশ হইবে তাহা অথগু বাৰিৰ বিয়োগফলেৰ সহিত একত্ৰ কৰিলে সম্পূৰ্ণ বিয়োগফল পাওখা যাউবে। যদি বিয়োজনেৰ পূৰ্ণোক্ত প্রকৃতভগ্নাংশ বিয়োজ্যেৰ প্রকৃতভগ্নাংশ হইতে ছোট হয়, তবে অথগু বাৰিৰ বাকি হইতে এক লইয়া তাহাতে যোগ কৰিয়া তাহাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশেৰ আকাৰে আনিয়া তাহা হইতে বিয়োজ্যেৰ ভগ্নাংশ বাদ দিবে।

এই নিৰমেৰ হেতু নিম্নেৰ উদাহৰণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহৰণ।  $৫\frac{১}{২}$  হইতে  $৩\frac{১}{২}$  বাদ দাও।

$$৫\frac{১}{২} - ৩\frac{১}{২} = (৫ - ৩) + \frac{১}{২} - \frac{১}{২}$$

$$= ২ + \frac{১}{২} - \frac{১}{২} = ২ + \frac{১}{২} - \frac{১}{২}$$

$$= ২ + \frac{১}{২} - \frac{১}{২} = ২$$

প্রথমতঃ  $৫\frac{১}{২}$  হইতে  $৩\frac{১}{২}$  বাদ দিতে গিয়া ৫ হইতে ৩ বাদ দিয়া ২ বহিল। তাহাৰ পৰ  $\frac{১}{২}$  অৰ্থাৎ  $\frac{১}{২}$  হইতে  $\frac{১}{২}$  অৰ্থাৎ ০ বাদ দিবার নিমিত্ত তাহাদেৰ তুল্যমান লঘিষ্ঠ সাধাবণ হব বিশিষ্ট আকাৰে অৰ্থাৎ  $\frac{১}{২}$  ও  $\frac{১}{২}$  আকাৰে আনিয়া দেখা গেল—

$\frac{১}{২}$  অপেক্ষা  $\frac{১}{২}$  ছোট, সুতৰাং অথগু ভাগেৰ বাকি ২ হইতে ১ লইয়া  $\frac{১}{২}$ তে যোগ কৰিতে হইল। সেই যোগফল  $\frac{১}{২}$  ওয়াৰ তাহা হইতে  $\frac{১}{২}$  বাদ দিয়া, অৰ্থাৎ একেৰ ১২ ভাগেৰ ১৪ ভাগ হইতে একেৰ ১২ ভাগেৰ ২ ভাগ বাদ দিয়া, একেৰ ১২ ভাগেৰ ৫ ভাগ অৰ্থাৎ  $\frac{৫}{১২}$  বহিল। এবং অথগু বাৰিৰ

বিয়োগেবকল ২ হইতে ১ লইয়া যে ১ বাকি ছিল তাহাও সহিত  $\frac{1}{2}$  একত্র করিয়া, সম্পূর্ণ বিয়োগফল  $১\frac{1}{2}$  হইল ।

### ৯। উদাহরণমালা ।

নিম্নলিখিত ভগ্নাংশের বিয়োগফল নির্ণয় কর ।

১।  $\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$  ।

২।  $১\frac{১}{৩} - (১\frac{১}{২} - \frac{১}{৪})$  ।

৩।  $১১\frac{১}{২} - ৩৪\frac{১}{৪}$  ।

৪।  $১ - \frac{১}{৪}$  ।

৫।  $১৭\frac{১}{৪} - ১২\frac{১}{২}$  ।

---

## চতুর্থ পল্লিচ্ছেদ ।

## সামান্য ভগ্নাংশের গুণন ।

৭৭। ভগ্নাংশের গুণনের নিয়ম নিম্নাবগেব পূর্বে ভগ্নাংশের গুণনের অণ নিরূপণ করা আবশ্যক । কাবন, কোন বাশিকে অখণ্ড সংখ্যা দ্বারা গুণ কবাব যে অর্থ, তাহাকে ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ কবাব ঠিক সে অর্থ হইতে পাবে ন, ৫ বা ৩কে ৩ দিয়া গুণ কবাব অর্থ এই যে ৫ বা ৩কে ৩ দ্বারা গুণ করা যাইবে । কিন্তু ৫ বা ৩কে ২ দিয়া গুণ কবিত্তে গেলে একথা বলা যায় না যে ৫ বা ৩কে ২ দ্বারা গুণ করা যাইবে, যে হেতু ২ দ্বারা গুণ করার সহজ অর্থ হয় না ।

কিন্তু ৫ বা ৩ এবং ৩ গুণ গুণাবে যেমন ৫ বা ৩কে ৩ দিয়া গুণ করা বলা যায়, সেইরূপ ৫ বা ৩কে ৩ ভাগে ভাগ কবিয়া তাহার ২ ভাগ গুণাবে, ভাবাব একটু ব্যতিক্রম পূর্বক, ৫ বা ৩কে ২ দিয়া গুণ করা বলা যাইতে পাবে । এবং ভগ্নাংশ দ্বারা কোন বাশিব গুণন এই অর্থেই বুঝা যাইবে ।

দেখা যাইতেছে এই অণে ভগ্নাংশ দ্বারা ভগ্নাংশের গুণন ও ভগ্নাংশের ভগ্নাংশকে সবল ভগ্নাংশের আকারে আনিয়ন একই ক্রিয়া [ ৭০ (৫) দ্রষ্টব্য ] ।

ভগ্নাংশ দ্বারা গুণনের উপবেব লিখিত অর্থ হইতে ভগ্নাংশের গুণনের নিয়ম সহজেই পাওয়া যাইতেছে, এবং তাহা পববর্তী ধারায় লিখিত হইল ।

৭৮। **নিম্নসূত্রম্** । গুণ্য ও গুণক উত্তরকেই সবল ভগ্নাংশের আকারে আনিয়া গুণ্যকে গুণকের হব দিয়া ভাগ কবিয়া সেই ভাগফল গুণকের লব দ্বারা গুণ কবিলে, অর্থাৎ গুণ্যের হবকে গুণকের হব দিয়া গুণ কবিলে ও গুণ্যের লবকে গুণকের লব দ্বারা গুণ কবিলে, যে হব ও লব পাওয়া যায়, সেই হব ও লব বিশিষ্ট ভগ্নাংশই গুণ্য ও গুণক ভগ্নাংশের গুণফল হইবে । এবং তাহাকে লঘিষ্ঠ আকারে ও মিশ্র বাশিতে আনিবে ।

এই নিয়মের হেতু ৭১ ধারাব (৩) ও (২) ও ৭২ ধারাব (৫) দকার প্রকাশ আছে, এবং নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে তাহা আরও স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

উদাহরণ । ৪৩কে ৮২ দিয়া গুণ কর ।

$$৪৩ \times ৮২ = ২৫৬ \times ৩২ = ২৫৬ \times ৩ = ৭৬৮ = ৭৬৮ ।$$

গুণফলের ভগ্নাংশকে লঘিষ্ঠ আকারে আনয়ন নির্মিত্ত গুণ্য ও গুণকের  
এব ও হবে যে সকল সাধারণ উৎপাদক আছে তাহা বাটরা দিলে অর্থাৎ  
তদ্বারা লব ও হব উভয়কে ভাগ করিলে প্রক্লিষ্টাৎ সুবিধা হয় । যথা,--

$$৪\frac{২}{৩} \times ৮\frac{২}{৩} = ২\frac{২}{৩} \times ২\frac{২}{৩} = ২\frac{২}{৩} = ৩৭\frac{১}{৩} ।$$

## ১০। উদাহরণমালা ।

নিম্নের ভগ্নাংশের গুণফল নির্ণয় কর ।

১।  $\frac{২}{৩} \times \frac{১}{৩}$  ।

২।  $\frac{২}{৩} \times \frac{২}{৩}$  ।

৩।  $(\frac{২}{৩} \text{ এবং } \frac{১}{৩}) \times (\frac{২}{৩} \times \frac{১}{৩})$  ।

৪।  $(\frac{২}{৩} \text{ এবং } \frac{২}{৩}) \times \frac{২}{৩}$  ।

৫।  $\frac{২}{৩} \times \frac{২}{৩} \times \frac{২}{৩} \times \frac{২}{৩} \times \frac{২}{৩}$  ।



## পঞ্চম পদক্ষেপ ।

### সামান্য ভগ্নাংশের ভাগ ।

৭২। ভগ্নাংশের ভাগের নিয়ম নির্ধারণের পূর্বে ভগ্নাংশের ভাগের অর্থ নিরূপণ আবশ্যক । সেই অর্থ ৭০ ধারাব (৬) দ্বারা নিরূপিত হইয়াছে, এবং সে অর্থ এই—ভাজ্য ও ভাজক উভয় ভগ্নাংশকে এক সাধারণ হব বিশিষ্ট আকারে আনিয়া সেট আকারের ভাজ্যের লবকে ভাজকের লব দ্বারা ভাগ করা । কারণ, ভাজ্য ও ভাজক সেট আকারে আনীত হইলে ভাজ্যের অর্থ এই হয় যে, এককে সেট সাধারণ হব সংখ্যকভাগে ভাগ করিয়া তাহার লব সংখ্যক ভাগ, ও ভাজকের অর্থ এই হয় যে, এককে সেট একই সাধারণ হব সংখ্যকভাগে ভাগ করিয়া তাহার লব সংখ্যকভাগ । সুতরাং ভাজ্য ও ভাজকের ভাগ ফল ভাজ্যের লবকে ভাজকের লবের দ্বারা ভাগের ফলের তুল্য । সহজেই দেখা যাইতেছে ভাজ্য ও ভাজকের হবদ্বয়ের গুণফল উভয়েরই একটি সাধারণ হব হইতে পারে । সুতরাং ভাজ্যের নূতন লব ভাজ্যের মূল লব ও ভাজকের হবের গুণফল, এবং ভাজকের নূতন লব ভাজকের মূল লব ও ভাজ্যের হবের গুণফল । অতএব ভগ্নাংশের ভাগ কল =

$\frac{\text{ভাজ্যের লব} \times \text{ভাজকের হব}}{\text{ভাজকের লব} \times \text{ভাজ্যের হব}}$  । এই কথা সংক্ষেপে দেখিতে গেলে মনে হবে—

ক ও খ ভাজ্যের লব ও হব, গ ও ঘ ভাজকের লব ও হব ।

$$\cdot \text{ ভাজ্য} = \frac{ক}{খ} = \frac{ক \times ঘ}{খ \times ঘ}, [ ৭১ (৬) ]$$

$$\text{ভাজক} = \frac{গ}{ঘ} = \frac{গ \times ঘ}{ঘ \times ঘ} \quad (৭২)$$

$$\begin{aligned} \cdot \text{ ভাগফল} &= \frac{ক}{খ} \div \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক \times ঘ}{খ \times ঘ} \div \frac{গ \times ঘ}{ঘ \times ঘ} \\ &= (ক \times ঘ) \text{ সংখ্যক একক } (ঘ \times ঘ) \text{ ভাগের ভাগ} \\ &\div (গ \times ঘ) \\ &= (ক \times ঘ) \div গ \times ঘ \\ &= \frac{ক \times ঘ}{গ \times ঘ} \end{aligned}$$

৮০। ভগ্নাংশের ভাগের অর্থ কি তাহা আব এক ভাবে দেখা যাইতে পারে।

ভাগ ফলের সামান্ততঃ অর্থ এই যে, তাহা একরূপ একটি বাশি যদ্বা বা ভাজককে গুণ করিলে ভাজ্য পাওয়া যায়।

ভগ্নাংশ ভাগের স্থলেও ভাগ ফল এই অর্থে গঠিলে, তাহা একরূপ একটি বাশি যদ্বা বা পূঙ্খোক্ত ভগ্নাংশ গুণনের নিয়মে ভাজককে গুণ করিলে ভাজ্যকে পাওয়া যায়।

পক্ষ ধাৰ্য্য দৃষ্টান্ত লটরা দেখা যাউক তাহা কি।

মনে কব—

$$\frac{ক}{ধ} - \frac{গ}{ঘ} = স।$$

$$\text{তাহা হইলে } স \times \frac{গ}{ঘ} = \frac{ক}{ধ}।$$

$$স \times গ \quad \frac{ক \times ঘ}{ঘ}$$

$$স = \frac{ক \times ঘ}{ঘ \times গ}।$$

উপরে যাহা বলা হইয়াছে তাহা চটতে ভগ্নাংশ ভাগের নিয়ম স্পষ্টই দেখা যাইতেছে।

সে নিয়ম এই—

শিক্ষা। ভাজ্য ও ভাজককে সবল ভগ্নাংশে আন। তাব পর ভাজ্যের লব ও ভাজকের হব গুণ করিলে ভাগ ফলের লব হইবে, এবং ভাজ্যের চব ও ভাজকের লব গুণ করিলে ভাগ ফলের চব হইবে। এবং সেই লব ও হবে যে যে সাধারণ উৎপাদক থাকে তাহা কাটিয়া দিলে ভাগ ফলের লবিত্ত আকাব পাওয়া যাইবে।

উদাহরণ। ২৩ কে ৬১ দিয়া ভাগ কব।

$$২৩ - ৬১ = \frac{২২}{১} - \frac{৬১}{১} = \frac{২২-৬১}{১} = ?$$

৮১। ভগ্নাংশ সৰ্বস্বীয় এক প্রকার প্রগ্ন আছে তাহাব একটি উদাহরণ ও তাহাব উত্তর নির্ণয়ের প্রণালী এইখানে দেখা যাউতেছে।

উদাহরণ। কোন একটি কার্য ক ১ দিনে, খ ৩ দিনে এবং গ ৮ দিনে সমাপ্ত করিতে পারে। তিন জনে একত্র কার্যে যোগ দিলে কত দিনে তাহা সমাপ্ত হইবে ?

ক ১ দিনে ঐ কার্যের  $\frac{1}{1}$  অংশ শেষ করিতে পারে।

খ ..  $\frac{1}{3}$  ..  $\frac{1}{3}$  ..

গ ..  $\frac{1}{8}$  ..  $\frac{1}{8}$  ..

ক, খ, গ, একত্র ১ দিনে  $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8}$

অর্থাৎ  $\frac{1}{1} + \frac{1}{3} + \frac{1}{8} = \frac{13}{24}$  ..

ক, খ, গ ১  $\frac{13}{24}$  দিনে অর্থাৎ  $\frac{24}{13}$  দিনে

অর্থাৎ ১.৮ দিনে সমস্ত কার্য সমাপ্ত করিবে।

### ১১। উদাহরণমালা।

নিম্নের ভগ্নাংশের ভাগ হল নির্ণয় কর।

১।  $\frac{3^2}{4} - \frac{1}{2}$ ।

২।  $\frac{5^2}{8} - \frac{3}{4}$ ।

৩।  $(\frac{3}{4} \text{ এবং } \frac{1}{2}) \div (\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2})$ ।

৪।  $(\frac{3}{4} \text{ এবং } \frac{1}{2} \text{ এবং } \frac{1}{2}) - (\frac{3}{4} \text{ এবং } \frac{1}{2} \text{ এবং } \frac{1}{2})$ ।

৫।  $(\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \text{ এবং } \frac{1}{2} \text{ এবং } \frac{1}{2}) \div (\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2})$ ।

### ১২। বিবিধ প্রশ্নমালা।

১। নিম্নলিখিত বাণিজ্যিকের সমল কর -

(১)  $\frac{1}{2}$  এবং  $\frac{3}{4}$  এর  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$  এবং  $(\frac{1}{2} + \frac{3}{4})$ ।

(২)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ ।

(৩)  $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{3}{4}$ ।

(৪)  $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ ।

(৫)  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$ ।

২। একটি খুঁটির  $\frac{3}{4}$  ভাগ মাটির মধ্যে,  $\frac{1}{4}$  ভাগ জলের মধ্যে ও ১২ হাত জলের উপরে আছে, খুঁটিটি কত লম্বা ?

৩।  $5\frac{1}{2} \div 3\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} \div 8$  এই বাশিতে কত যোগ করিলে  $1\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2}$  হইবে ?

৪।  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{1}{3}$ ,  $\frac{1}{4}$  ইহাদের যোগফলকে  $\frac{1}{5}$  ও  $\frac{1}{6}$  এর বিয়োগফল দ্বারা গুন কর।

৫।  $\frac{1}{2}$  এর কত ভাগের ভাগ  $\frac{1}{3}$ , এবং  $\frac{1}{3}$  এর কত ভাগের ভাগ  $\frac{1}{4}$  ?

৬। কোন একটি কার্য ক ৩ দিনে খ ৪ দিনে ও গ ৬ দিনে সমাপ্ত করিতে পারে।

তিন জনে একত্র এই কার্যে যোগ দিলে কত দিনে তাহা সমাপ্ত হইবে ?

## দ্বিতীয় ভাগ ।

দশমিক ভগ্নাংশ ।

প্রথম পরিচ্ছেদ ।

দশমিক ভগ্নাংশ লিখন ও পঠন ।

৮২। পূর্বে (৬৭ ধারার) বলা হইয়াছে, দশমিক ভগ্নাংশ একের দশ বা শত বা সহস্র ইত্যাদি অংশের অংশ সমষ্টি । সুতরাং,

তিন দশমাংশ, চব্বিশ শততমাংশ, একশত পঁচিশ সহস্রতমাংশ, পঁচিশ সহস্রতমাংশ, ইহা বা সামান্য ভগ্নাংশ লিখনেব নিয়মে (৬৯ ধারার ত্রুট্য) এইরূপে লিখিত হইবে যথা—

$\frac{3}{10}, \frac{24}{100}, \frac{125}{1000}, \frac{25}{10000}$  ।

এই আকারে লিখিত দশমিকের লব নিয়লিখিতরূপে বিশ্লিষ্ট হইতে পাবে—

$$\frac{3}{10} = \frac{3}{10},$$

$$\frac{24}{100} = \frac{24}{100} + \frac{0}{100} = \frac{2}{10} + \frac{2}{100},$$

$$\frac{125}{1000} = \frac{125}{1000} + \frac{0}{1000} + \frac{0}{1000} = \frac{1}{10} + \frac{2}{100} + \frac{5}{1000},$$

$$\frac{25}{10000} = \frac{25}{10000} + \frac{0}{10000} = \frac{2}{1000} + \frac{5}{10000} ।$$

এবং এই আকারে লিখিত হইলে, দশমিক ভগ্নাংশ এই প্রকারে পঠিত হইতে পারে, যথা—

তিন দশমাংশ,

দুই দশমাংশ ও চার শততমাংশ,

এক দশমাংশ দুই শততমাংশ ও পাঁচ সহস্রতমাংশ,

সুস্থ দশমাংশ দুই শততমাংশ ও পাঁচ সহস্রতমাংশ ।

৮৩। শেষোক্ত লিখন ও পঠন প্রণালী হইতে দেখা বাইতেছে যে, যেমন অখণ্ড রাশির সাধারণ লিখন ও পঠন প্রণালীতে এককের ঘর হইতে বামে এক এক ঘর সরিয়া বাইতে প্রত্যেক অঙ্কের মূল্য দশগুণ করিয়া বৃদ্ধি হয়, তেমনই দশমিক ভগ্নাংশে এককের ঘর হইতে দক্ষিণে এক এক ঘর সরিয়া

বাইতে প্রত্যেক অঙ্কের মূল্য দশগুণ করিয়া হ্রাস হয়। সুতরাং, অথও বাশি যে প্রণালীতে লিখিত ও পঠিত হয়, দশমিক ভগ্নাংশ লিখন ও পঠন প্রণালী, অথও বাশিব এককের ঘবেব দক্ষিণে, সেই প্রণালীও এক প্রকাব প্রসার বলা বাইতে পারে। এবং দশমিক ভগ্নাংশ অঙ্ক দ্বাৰা লিখিতে হইলে, তাহাব হব না লিখিয়া, এককের ঘবেব দক্ষিণে দশমিক ভগ্নাংশেব চিহ্ন স্বরূপ একটি বিন্দু অঙ্কিত কবিয়া তাহাব পব, যে ঘবেব কোন অঙ্ক নাই সে ঘবে শূন্য দিয়া, দশমিকেব লব লিখিলেই চলিতে পারে। যথা—

দুই শত পঁচিশ, ও তিন দশমাংশ পাঁচ শততমাংশ চাব সহস্রতমাংশ, ইহা এইরূপে লিখিত হইতে পারে, যথা, ২২৫.৩৫৪।

তিন শত এগাব, ও চাব শততমাংশ পাঁচ সহস্রতমাংশ, ইহা এইরূপে লিখিত হইতে পারে, যথা, ৩১১.০৫৫।

এই শেষোক্ত স্থলে স্রবণ বাণিতে হইবে, কোন দশমাংশ না থাকায় দশমাংশেব ঘবে শূন্য বসিল।

এবং এই লিখিত বাশি দুইটি এইরূপে পঠিত হইতে পারে, যথা—

দুই শত পঁচিশ, ও তিন দশমাংশ পাঁচশততমাংশ চাব সহস্রতমাংশ,

তিন শত এগাব, ও চাব শততমাংশ পাঁচ সহস্রতমাংশ। অথবা সংক্ষেপে,

দুই শত পঁচিশ ও দশমিক বিন্দু তিন পাঁচ চাব,

তিন শত এগাব, ও দশমিক বিন্দু শূন্য চাব পাঁচ।

৮৪। উপবে যাহা বলা হইশ তাহা হইতে দশমিক ভগ্নাংশ লিখন পঠনেব নিয় লিখিত নিয়ন নিদ্ধাবিত কবা বাইতে পারে।

নিস্ক্রম্ম (১)। অথও সংখ্যাব ভাগটি অঙ্ক দ্বাৰা লিখিয়া তাহাব দক্ষিণে একটি বিন্দু চিহ্নিত কবিয়া, ক্রমাঘয়ে দশমাংশ শততমাংশ সহস্রতমাংশ প্রভৃতির ঘবেব অঙ্কগুলি লিখ। এবং বহি তাহাব মধ্যে কোন ঘবেব অঙ্ক না থাকে তবে সেই ঘবে শূন্য লিখ।

নিস্ক্রম্ম (২)। অথও সংখ্যাব ভাগটি অথও সংখ্যা পাঠেব নিয়মে পাঠ কবিয়া, পবে দশমিক বিন্দু ও তাহাব দক্ষিণেব অঙ্কগুলি ক্রমাঘয়ে নামোন্নেথ কর।

**শিক্ষাম (৩)।** যদি দশমিক ভগ্নাংশ সামান্ত ভগ্নাংশের আকারে দশ শত সহস্র বা দশকের অল্প কোন শক্তি সংখ্যক হয় বিশিষ্ট হইয়া প্রকাশিত থাকে, তবে তাহার লবের ঘরের সংখ্যা আবশ্যক মত বামে শূন্য দিয়া হরের শূন্যের সংখ্যার সহিত সমান করিয়া সেই পৰিবর্তিত আকারের লবকে দশমিক বিন্দুর দক্ষিণে লিখিবে। যথা—

$$৩২ \frac{১১}{১০} = ৩২.১৩, ৫৩ \frac{১১}{১০} = ৫৩.১১।$$

**শিক্ষাম (৪)।** উপরিউক্ত নিয়মে লিখিত দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্ত ভগ্নাংশের আকারে আনিতে হইলে, দশমিক বিন্দুব দক্ষিণের লিখিত ভাগটিকে লব, এবং তাহাতে যতগুলি ঘব আছে একেব বামে ততগুলি শূন্য দিয়া যে সংখ্যা হয় তাহাকে চব স্বরূপে লিখিবে, এবং লবের বামে শূন্য থাকিলে তাহা বাদ দিবে।

$$\text{যথা } ৬২.০৫৭ = ৬২ \frac{৫৭}{১০০}।$$

৮৫। পূর্বে (২১ ধারার) বলা হইয়াছে অক ঘাবা লিখিত কোন অখণ্ড সংখ্যার দক্ষিণে এক একটি শূন্য যোগের ফল সেই সংখ্যার মূল্যের দশগুণ বৃদ্ধি, এবং তাহার বামে শূন্য যোগে কোন ফল হয় না। কিন্তু অক ঘাবা লিখিত দশমিক ভগ্নাংশের বামে ও দশমিক বিন্দুব দক্ষিণে শূন্য দিলে প্রত্যেক শূন্যের ফল দশমিক ভগ্নাংশের মূল্যের দশগুণ হ্রাস, এবং দশমিক ভগ্নাংশের দক্ষিণে শূন্য দিলে তাহার কোন ফল হয় না।

ইহার হেতু নিম্নলিখিত উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

$$.৫৩৮ = \frac{৫}{১০} + \frac{৩}{১০০} + \frac{৮}{১০০০} = \frac{৫৩৮}{১০০০}$$

$$.০৫৩৮ = \frac{৫}{১০০} + \frac{৩}{১০০০} + \frac{৮}{১০০০০} + \frac{৮}{১০০০০০} = \frac{৫৩৮৮}{১০০০০০}$$

$$৫৩৮০ = \frac{৫}{১০} + \frac{৩}{১০০} + \frac{৮}{১০০০} + \frac{০}{১০০০০} = \frac{৫৩৮০}{১০০০০}$$

৮৬। কোন দশমিক ভগ্নাংশ বা দশমিক ভগ্নাংশ যুক্ত অখণ্ড রাশিকে ১০, ১০০, ১০০০ প্রভৃতি দ্বারা গুণ বা ভাগ করিতে হইলে, দশমিক বিন্দুকে (আবশ্যকমত শূন্য যোগ করিয়া) এক, দুই, তিন প্রভৃতি ঘর দক্ষিণে বা বামে চালিত করিবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ কএকটি দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।  
যথা—

উদাহরণ (১)।  $২৫৭ \times ১০ = \frac{২৫৭}{১০} \times ১০$   
 $= \frac{২৫৭}{১০} [ ৮৪ \text{ ও } ৭১ (৪) \text{ দ্বারা ভেদ্য } ]$   
 $= ২৫৭।$   
 $২৫৭ \div ১০ = \frac{২৫৭}{১০} = ১০$   
 $= \frac{২৫৭}{১০} [ ৮৪ \text{ ও } ৭১ (৩) \text{ দ্বারা ভেদ্য } ]$   
 $= ২৫৭।$

উদাহরণ (২)।  $১২৫০ \times ১০০ = ১২৫^{\overline{১০}} \times ১০০$ ,  
 $= ২৫^{\overline{১১}} \times ১০০$ ,  
 $= ১২৫০ \times ১০ = ১২৫০০$ ।  
 $১২৫০ - ১০০ = ২৫^{\overline{১০}} - ১০০$ ,  
 $= ১৫^{\overline{১০}} = ১৫০০$ ।

৮৭। যদি কোন অখণ্ড সংখ্যানুক্রম দশমিক ভগ্নাংশের অখণ্ড ভাগে  $(n+1)$  সংখ্যক ঘব, ও দশমিক ভগ্নাংশ ভাগে  $n$  সংখ্যক ঘব থাকে, আর অখণ্ড ভাগের অঙ্কগুলি এককেব ঘব হইতে বামে ক্রমান্বয়ে  $a, a_1, a_2, a_3, \dots$  হয়, এবং দশমিক ভগ্নাংশ ভাগের অঙ্কগুলি দশমাংশের ঘব হইতে দক্ষিণে ক্রমান্বয়ে  $n, n_1, n_2, n_3, \dots$  হয়, এবং সমগ্র বাশিটিকে  $s$  বলা যায়। তাহা হইলে (২০ ও ৮২ দ্বারা স্ফুটব্য)

$$= a_n \times 10^n + a_{n-1} \times 10^{n-1} + \dots + a_2 \times 10^2 + a_1 \times 10^1 + a_0$$

$$+ \frac{a_{-1}}{10^1} + \frac{a_{-2}}{10^2} + \dots + \frac{a_{-m}}{10^m}.$$

এক্ষণে যদি এই রাশি মালাকে ১<sup>ম</sup> হাৰা গুণ ও ভাগ করা যায় তাহা হইলে তাহার মূল্যের কোন পরিবর্তন হইবে না, এবং তাহার গুণফল নিম্নের বন্ধনীর অন্তর্গত রাশি মালার আকার ধারণ করিবে। সুতরাং:—



স

$$= \left\{ \begin{aligned} & \text{অ}_n \times ১০^{n+m} + \text{অ}_{n-১} \times ১০^{n+m-১} + \\ & \quad + \text{অ}_২ \times ১০^{m+২} + \text{অ}_১ \times ১০^{m+১} + \text{অ} \times ১০^m \\ & \quad + \text{দ}_১ \times ১০^{m-১} + \text{দ}_২ \times ১০^{m-২} + \dots + \text{দ}_m \end{aligned} \right\} \times ১০^m ।$$

একশ্রে দেখা যাইতেছে, বহুদীর অন্তর্গত বাশি মালা এমন একটি সংখ্যা বাহাতে  $(n+m+১)$  দ্বি আছে, এবং বাহাৰ ভিত্ত ভিত্ত দ্বিবেব অঙ্কগুলি বাম হইতে দক্ষিণে ক্রমাঘরে,—

$$\text{অ}_n, \text{অ}_{n-১}, \text{অ}_২, \text{অ}_১, \text{অ}, \text{দ}_১, \text{দ}_২, \text{দ}_m ।$$

আর এই অঙ্কগুলিৰ দ্বিবেব মূল্য বাম হইতে ক্রমাঘবে দশ গুণ কবিতা কমিতা আসিতেছে । সুতরাং মূল স সংখ্যাটি দশমিক বিন্দু মুছিয়া দিলে যে সংখ্যা হয়, বহুদীর অন্তর্গত সংখ্যাটি ঠিক তাহাই । এবং যদি সেই সংখ্যা  $s'$  অঙ্করেব দ্বারা প্রকাশ কৰা যায় তাহা হইলে  $s = s' - ১০^m$  ।

$$\text{যদি } n=২, m=৩, \text{অ}=২, \text{অ}_১=৫, \text{অ}_২=৭,$$

$$\text{দ}_১=৬, \text{দ}_২=৩, \text{দ}_৩=৮, \text{হয়, তাহা হইলে,}$$

$$\begin{aligned} s &= ৭ \times ১০^2 + ৫ \times ১০ + ২ + ৬ \times ১০^{-১} + ৩ \times ১০^{-২} + ৮ \times ১০^{-৩} \\ &= ৭৫২ + \frac{৬৩৮}{১০} = ৭৫২.৬৩৮ । \\ &= ৭৫২\frac{৬৩৮}{১০} । \end{aligned}$$

৮৮ । উপরের উদাহরণে স্পষ্ট দেখা যাইতেছে, কোন দশমিক ভগ্নাংশকে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে লিখিতে হইলে, দশমিক বিন্দুর দক্ষিণের ভাগটিকে লব স্বরূপ, ও দশমিক বিন্দুৰ দক্ষিণে বস্তুগুলি দ্বি আছে একেব দক্ষিণে সেই সংখ্যক শূন্য দিয়া তাহাকে হয় স্বরূপ, লিখিতে হইবে ।

১৩। উদাহরণমালা ।

১। নিম্নলিখিত দশমিক ভগ্নাংশগুলিকে অঙ্ক দ্বারা লিখ—তিন দশমাংশ, সাত দশমাংশ, পাঁচ শততমমাংশ, পঞ্চাশ শততমমাংশ, পঁচিশ সহস্রতমমাংশ ।

২। নিম্নলিখিত বাশিগুলি পঙ্ক দ্বারা লিখ—

০০২, ১০০৩, ২০০০০০২, ১২৩০ ৪৫৬, ০০০৫০০ ।

৩। নিম্নলিখিত বাশিগুলি সামান্য ভগ্নাংশের আকারে লিখ—

০১, ০১২, ১০ ০২, ০০৪, ০২০০২০ ।

৪। নিম্নলিখিত গুণনের ফল লিখ—

০৩ × ১০, ০০০৩ × ১০০, ১৫ ০৫ × ১০০০,

৪৫ ৫৪ × ১০০০, ০০০০৩০ × ১০০ ।

৫। নিম্নলিখিত ভাগের ফল লিখ—

০০১ ÷ ১০, ৫০ ০৫ ÷ ১০০, ৪৮০২৬১০ ÷ ১০০০, ৫৭০২১১ ÷ ১০,

৭৭০০২৫ ÷ ১০০ ।

## দ্বিতীয় পল্লিচ্ছেদ ।

## দশমিক ভগ্নাংশের যোগ ।

৮৯। শিন্ধু। যোজ্য রাশিগুলি পব পব নীচে নীচে একপে লিখিবে যে, ক্রমাগত একক, দশক, শতক ইত্যাদি নীচে একক, দশক, শতক ইত্যাদি পড়ে, দশমিক বিন্দু নীচে দশমিক বিন্দু পড়ে, এবং দশমাংশ, শততমাংশ ইত্যাদি নীচে দশমাংশ শততমাংশ ইত্যাদি পড়ে। তাহার পব দক্ষিণের শেষ অঙ্কের সারি হইতে আবস্ত কবিয়া অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড সংখ্যাব যোগ ক্রিয়াব নিয়মামুসারে যোগ কবিয়া আনিবে, এবং যোগ ফলে উপাবব দশমিক বিন্দু সাবিব নীচে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত কবিবে।

হেতু। যখন অনবচ্ছিন্ন অখণ্ড সংখ্যাব স্তায় দশমিক ভগ্নাংশেও ব্যমে এক এক বব সবিয়া গেলে অঙ্কেব মূল্য দশ দশ গুণ বৃদ্ধি পায়, তখন দশমিব ভগ্নাংশ যোগেব নিয়ম অবগ্রহই অখণ্ড সংখ্যা যোগেব নিয়মেব স্তায় চটবে।

$$\begin{array}{r}
 \text{উদাহরণ।} \quad 10.09 \\
 225.602 \\
 500.008 \\
 \hline
 28 \quad 28 \\
 920 \quad 286
 \end{array}$$

## ১৪। উদাহরণমালা ।

নিম্নেব রাশিগুলির যোগবল লিখ—

- ১। ১২০৪৫, ১২০৪৫, ১২০৪৫, ১২০৪৫, ১২০৪ ৫।
- ২। ১০০০০১, ২০০০০২, ৩০০০০৩, ৪০০০০৪, ৫০০৫।
- ৩। ০০০০১২৩, ০০০৪৫, ০০৬৭, ০৮৯, ০১০১১।
- ৪। ১২৩৪৫৬৭৮৯, ১২৩৪৫৬৭৮৯, ১২৩৪৫৬৭৮৯।
- ৫। ২৭০০০৩৯, ০০০০০৯, ১০০০, ৫৫৬, ০০৫৫৬।

## তৃতীয় পাক্ষেদ ।

### দশমিক ভগ্নাংশের বিয়োগ ।

৯০। **নিম্নলিখিত**। বিযোজন বাশিব নিয়ে বিযোজ্য বাশি একত্রে লিখিবে যে তাহাব দশমিক বিন্দু উপবেব দশমিক বিন্দুব নীচে পড়ে, ও তাহাব একক, দশকাদি ঘবেব অঙ্ক ও দশনাংশ শততনাংশাদিব ঘবেব অঙ্ক উপবেব সেট সেই ঘবেব অঙ্কেব নীচে পড়ে । যদি বাশিযেব মধ্যে কোন বাশিব দশমিকেব ঘবেব সংখ্যা অপব বাশিটিব দশমিকেব ঘবেব সংখ্যা অপেক্ষা ন্যূন হয় তবে তাহাব দশমিকেব দক্ষিণেব শেষ অঙ্কেব দক্ষিণে শূন্য দিয়া উভয়েব দশমিকেব ঘবেব সংখ্যা সমান কবিয়া লইবে । তাহাতে দশমিকেব ভ্রাস বৃদ্ধি হইবে না ( ৮৫ ধাৰা স্ৰষ্টব্য ) । তাহাব পব অনবচ্ছিন্ন অধঃ সংখ্যাব বিয়োগেব নিয়মানুসাবে বিয়োগ ক্রিয়া সম্পন্ন কবিয়া উপবেব দশমিক বিন্দুব নীচে বিয়োগ ফলে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত কবিবে । এবং তাহা হইলেই প্রকৃত বিয়োগ ফল পাঠিবে ।

**হেতু** । যখন অনবচ্ছিন্ন অধঃ সংখ্যাব জ্ঞায় দশমিক ভগ্নাংশেও বামে এক এক ঘব সবিনা গেলে অঙ্কেব মূল্য দশ দশ গুণ বৃদ্ধি পায়, তখন দশমিক ভগ্নাংশেব বিয়োগেব নিবম অবশ্যই অধঃ সংখ্যাব বিয়োগেব নিয়মেব জ্ঞায় হইবে ।

উদাহরণ ।  $৩১২.০৫০$  হইতে  $২৫.৭২০৪$  বিয়ুক্ত কব ।

$$\begin{array}{r} ৩১২.০৫০ \\ ২৫.৭২০৪ \\ \hline ১৮৬.৩২৯৬ \end{array}$$

### ১৫। উদাহরণমালা ।

নিম্নেব বিয়োগ ফলগুলি নির্ণয় কব —

১।  $৪৫.৬—১.২৩$  ।      ২।  $১৫.২৭—১৩.৩$  ।

৩।  $১০০০.০০০—৩৫৬.০১$  ।      ৪।  $০—০.২২২$  ।

৫।  $০.০২০৫—০.০৮৭২৫৬২০$  ।

## চতুর্থ পরিচ্ছেদ ।

## দশমিক ভগ্নাংশের গুণন ।

৯১। **নিষ্ক্রম** । গুণ্য ও গুণকের দশমিক বিন্দু উঠাইয়া দিয়া রাশিঘরকে অথও বাশি মনে কবিয়া তাহায়েব গুণফল নির্ণয় কব । তাহার পর গুণ্য ও গুণকে যে যে সংখ্যক দশমিকের ঘর আছে সেই সংখ্যাঘরেব সমষ্টি সংখ্যক ঘর উক্ত গুণফলেব দক্ষিণ ভাগ হইতে গণনা কবিয়া ( এবং আবশ্যক হইলে শূন্য যোগ কবিয়া ) তাহাব বামে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত কব । তাহা হইলেই প্রকৃত গুণফল পাওয়া যাইবে ।

**হেতু** । মনে কব গুণ্যে প ঘর দশমিক অঙ্ক আছে, এবং দশমিক বিন্দু মুছিয়া ফেলিলে যে অথও বাশি হব তাহাকে স বলা যাইবে, আব গুণকে ঘ ঘর দশমিক অঙ্ক আছে এবং দশমিক বিন্দু মুছিয়া ফেলিলে যে অথও রাশি হব তাহাকে ব বলা যাইবে । তাহা হইলে ( ৮৭ ধারা দ্রষ্টব্য )

$$\text{গুণ্য} = \frac{স}{১০^প},$$

$$\text{গুণক} = \frac{২৭}{১০^ক} ।$$

$$\begin{aligned} \text{ফলবাং গুণফল} &= \frac{স}{১০^প} \times \frac{ঘ}{১০^ক} = \frac{স \times ঘ}{১০^প \times ১০^ক} \\ &= \frac{স \times ঘ}{১০^{প+ক}} । \quad [ ৩৫ (২) \text{ ও } ৭৮ \text{ দ্রষ্টব্য} ] \end{aligned}$$

এই নিয়ম ও তাহাব হেতু নিম্নেব উদাহরণ দ্বষ্টে স্পষ্টতররূপে বুঝা যাইবে ।  
উদাহরণ । ০০০২৭ কে ১০৫ দিয়া গুণ কব ।

$$\begin{array}{r} ২৭ \\ ১৫ \\ \hline ১৩৫ \\ ২৭ \\ \hline ৪০৫ \end{array}$$

গুণ্যে ৪ ঘর ও গুণকে এক ঘর দশমিক আছে, অতএব গুণফলে-  
 $8 + 1 = 9$  ঘর দশমিক থাকিবে, এবং গুণফল  $০০৪০৫$  হইবে ।

কারণ  $০০২৭ = \frac{২৭}{১০০০}, ১.৫ = \frac{১৫}{১০},$

$$\begin{aligned} ০০২৭ \times ১.৫ &= \frac{২৭}{১০০০} \times \frac{১৫}{১০} = \frac{২৭ \times ১৫}{১০০০ \times ১০} \\ &= \frac{৪০৫}{১০০০০} = ০০৪০৫ । \end{aligned}$$

### ১৬। উদাহরণমালা ।

নিম্নলিখিত বাশিগুলির গুণফল নির্ণয় কর—

১।  $২.৮ \times ১১.১০$  ।

২।  $০০২৩ \times ২৩০০$  ।

৩।  $৫৬ \times ০০৫৬$  ।

৪।  $৩৫৭.৭০১ \times ৩.০০৩$  ।

৫।  $৪৭২৯.০১ \times ০০৭১$  ।

---

## পঞ্চম পদক্ষেপ ।

## দশমিক ভগ্নাংশের ভাগ ।

৯২। **নিক্ষেপ**। ভাজ্য ও ভাজকের দশমিক বিন্দু উঠাইয়া দিয়া বাশিদ্ধকে অথবা বাশি মনে কবিয়া তাহাদের ভাগফল নির্ণয় কৰ ।

যদি দশমিক বিন্দু উঠাইয়া দিবাত্ত পৰ ভাজক অপেক্ষা ভাজ্য নূন হয়, তাহা হইলে তাহাব দক্ষিণে আবশ্যক মত শূন্য যোগ কবিবে, এবং শ্রবণ বাধিবে তাহা তাহাব দশমিক ভগ্নাংশ ভাগে যোগ কৰা হইল, স্মৃতবাং তদ্বাবা তাহাব মূল্যেৰ পৰিবৰ্ত্তন ঘটিল না (৮৫ ধাৰা দ্রষ্টব্য) ।

উপৰি উক্তরূপে নির্ণীত ভাগফলেৰ দক্ষিণেৰ শেষ অঙ্ক হইতে বামে গণনা কবিয়া, ভাজ্যেৰ দশমিক ঘবেৰ সংখ্যা হইতে ভাজকের দশমিক ঘবেৰ সংখ্যা বাদ দিয়া যে সংখ্যা থাকে সেই সংখ্যক ঘবেৰ বামে (আবশ্যক হইলে শূন্য যোগ কবিয়া), দশমিক বিন্দু চিহ্নিত কবিবে । তাহা হইলেই প্রকৃত ভাগফল পাঠিবে ।

যদি ভাজ্যেৰ দশমিক ঘবেৰ সংখ্যা ভাজকের দশমিক ঘবেৰ সংখ্যা অপেক্ষা নূন হয়, তবে দ্বিতীয়োক্ত সংখ্যা হইতে প্রথমোক্ত সংখ্যা বাদ দিয়া যত থাকি থাকে সেই সংখ্যক শূন্য ভাগফলেৰ দক্ষিণে যোগ কবিলে প্রকৃত ভাগফল পাওৱা যাইবে ।

যদি ভাগশেষ থাকে তবে তাহাব দক্ষিণে ক্রমশ শূন্য যোগ কবিয়া ভাগ ক্রিয়া যতদূৰ আবশ্যক চালাইবে, এবং বতগুলি শূন্য যোগ কৰিলে, ভাজ্যেৰ বতগুলি দশমিকেৰ ঘৰ বৃদ্ধি হইল ইহা শ্রবণ বাধিবে ।

**হেতু** । মনে কৰ (৯১ ধাৰাৰ সাঙ্কেতিক লিখন প্রণালী অবলম্বন কবিয়া )

$$\text{ভাজ্য} = \frac{স}{১০^p}$$

$$\text{ভাজক} = \frac{ঘ}{১০^ক}$$

$$\text{হতরান ভাগফল} = \frac{স}{১০প} \div \frac{ব}{১০ক}$$

$$= \frac{স}{ব} \times \frac{১০ক}{১০প} = \frac{স}{ব} \times \frac{১০ক}{১০প - ক \times ১০ক}$$

$$= \frac{স}{ব} \times \frac{১}{১০প - ক} \text{ (যদি ক অপেক্ষা প বড় হয়),}$$

$$\text{অথবা} \quad = \frac{স}{ব} \times \frac{১০ক - প \times ১০প}{১০প}$$

$$= \frac{স}{ব} \times ১০ক - প \text{ (যদি ক অপেক্ষা প ছোট হয়)।}$$

এই নিয়ম ও তাহার হেতু নিয়েব উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্টতররূপে বুঝা যাইবে।

উদাহরণ (১)। ১.২কে ০.২৫ দ্বিগু ভাগ কর।

$$\begin{array}{r} ২৫ \overline{) ১২০০} \left( ৪৮ \right. \\ \underline{১০০} \\ ২০০ \\ \underline{২০০} \end{array} \quad \text{ভাগফল} = ৪৮।$$

$$\text{কারণ, } ১.২ - ০.২৫ = \frac{১২}{১০} - \frac{২৫}{১০০} = \frac{১২}{১০} \times \frac{১০}{১০} - \frac{২৫}{১০০} = \frac{১২০}{১০০} - \frac{২৫}{১০০} = \frac{৯৫}{১০০} = ৪৮।$$

উদাহরণ (২)। ২৭২কে ২৯ দ্বিগু ৪ ঘব দশমিক পর্য্যন্ত ভাগ কর।

$$\begin{array}{r} ২৯ \overline{) ২৭২০০} \left( ৯৩৭ \right. \\ \underline{২৬১} \\ ১১০ \\ \underline{৮৭} \\ ২৩০ \\ \underline{২০৩} \\ ২৭ \end{array} \quad \text{ভাগফল} = ৯৩৭...।$$



$$\begin{aligned}
 \text{কাঁবন, } ২৭২ \div ২.২ &= \frac{২৭২০}{১০} \div \frac{২২}{১০} = \frac{২৭২০}{১০} \times \frac{১০}{২২} \\
 &= \frac{২৭২}{১} \times \frac{১০}{২২} = \frac{২৭২}{১} \times \frac{১০}{১১} \\
 &= \frac{২৭২}{১} \times ১০০ \times \frac{১০}{১১০০} \\
 &= \frac{২৭২০০}{১১} \times \frac{১০}{১০০} = ২৪৭ \quad ।
 \end{aligned}$$

### ১৭। উদাহরণমালা ।

নিম্নলিখিত বাণিজ্যিক ভাগফল নির্ণয় কর—

- ১।  $৫৫৯৮ \div ২.০২$  ।
  - ২।  $২.২২৫ \div ০.০১০৫$  ।
  - ৩।  $৭৮.৭৮ - ০.০০২৬$  ।
  - ৪।  $২৪৭.২২ - ১০.০$  (দশমিকের ৪ ঘর পর্য্যন্ত) ।
  - ৫।  $০০৭ - ০০০.৭০$  (দশমিকের ৪ ঘর পর্য্যন্ত) ।
-

## ষষ্ঠ পদক্ষেপ ।

সামান্য ভগ্নাংশের দশমিকে পরিবর্তন ।

### পোনঃ পুনিক দশমিক ।

৯০। পূর্বে ( ৮৪ ধারার ৪র্থ নিয়মে ) বলা হইয়াছে দশমিক ভগ্নাংশকে কিরূপে সামান্য ভগ্নাংশের আকারে আনা যায় । এক্ষণে সামান্য ভগ্নাংশকে কিরূপে দশমিক ভগ্নাংশের আকারে আনা বাইতে পারে তাহা বিবেচ্য । শেবোক্তরূপ আকার পরিবর্তনের বিশেষ প্রয়োজন আছে ।

সামান্য ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশের আকারে পরিবর্তিত কবিত্তে পারিলে, যোগ, বিয়োগ, গুণন, ও ভাগ প্রক্রিয়াব অনেক সুবিধা হয় । কারণ, পূর্ব পূর্ব পদক্ষেপে দেখা গিয়াছে, দশমিক ভগ্নাংশের ঐ সকল প্রক্রিয়া অথবা সংখ্যার প্রক্রিয়াব জার সম্পাদিত হয়, এবং সেট সকল সম্পাদন প্রণালী সামান্য ভগ্নাংশের ঐ প্রক্রিয়া সম্পাদন প্রণালী অপেক্ষা অনেক সহজ ।

৯১। সামান্য ভগ্নাংশ দশমিকে পরিবর্তনের নিয়ম ।

কোন সামান্য ভগ্নাংশকে দশমিকে আনিতে হইলে প্রথমে তাহাকে লখিত আকারে আন । তদনন্তর তাহার লবের দক্ষিণে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত করিয়া তাহার দক্ষিণে আবশ্যক মত শূন্য দিয়া দশমিকের বিভাগের নিয়মামু-সারে তাহাকে হয় দ্বাৰা ভাগ কর । তাহাতে যে ভাগ ফল হইবে তাহাই সেই ভগ্নাংশের দশমিক প্রতিকর ।

হেতু । পূর্বেই দেখা গিয়াছে, ( ৬৯ ধারা দ্রষ্টব্য ) (১) সামান্য ভগ্নাংশের অর্থ লবকে হব দ্বাৰা ভাগ কবিলে যে ফল হয় সেই ভাগফল, এবং ( ৯২ ধারা দ্রষ্টব্য ) (২) ভাজ্যে শূন্য যোগ দ্বাৰা দশমিকের লবের সংখ্যা বৃদ্ধি করিয়া ভাগ কার্য চালান বাইতে পারে, তবে সেই বর্দ্ধিত সংখ্যার প্রতি লক্ষ্য রাখিয়া ভাগ ফলে দশমিক বিন্দু স্থাপিত কবিত্তে হইবে । এই দুইটি কথা মনে রাখিলেই উপরিউক্ত নিয়মের হেতু বুঝা যাইবে ।

মনে কর কোন ভগ্নাংশ লখিত আকারে আনীত হইলে, তাহার লব = ল,

হব = হ, আৰু তাহাব লবে প সংখ্যক শূন্য যোগ কৰিলে ভাগ কাৰ্য শেষ হইল, এবং ভাগকৰেৰ দশমিক বিন্দু মুছিয়া ফেলিলে তাহাব মূল্য = ভ।

$$\text{তাহা হইলে, } \frac{ল}{হ} = \frac{ল \times ১০^প}{হ \times ১০^প} = \frac{ল \times ১০^প}{হ} \times \frac{১}{১০^প} = ভ \times \frac{১}{১০^প}।$$

উদাহরণ (১)।  $\frac{২৭}{২৮}$  কে দশমিকে আন।

$$\frac{২৭}{২৮} = \frac{২৭}{২৮}। \quad \begin{array}{r} ৮০ \overline{) ২০০০০০} \quad ( ১১২৫ \\ \underline{৮০} \\ ২০০ \\ \underline{১৬০} \\ ৪০০ \\ \underline{৪০০} \\ ০ \end{array}$$

$$\text{অর্থাৎ, } \frac{২৭}{২৮} = \frac{২৭}{৮০} = \frac{২৭ \times ১০০০০}{৮০ \times ১০০০০}$$

$$= \frac{২৭ \times ১০^৪}{৮০} \times \frac{১}{১০^৪} = \frac{২৭ \times ২^৪ \times ৫^৪}{২^৪ \times ৫} \times \frac{১}{১০^৪}$$

$$= \frac{২৭ \times ২^৪ \times ৫ \times ৫^৩}{২^৪ \times ৫} \times \frac{১}{১০^৪} = ২৭ \times ৫^৩ \times \frac{১}{১০^৪} = ২৭ \times ১২৫ \times \frac{১}{১০^৪}$$

$$= ১১২৫ \times \frac{১}{১০^৪} = ১১২৫।$$

উদাহরণ (২)।  $\frac{১}{১৮}$  কে দশমিকে আন।

$$\begin{array}{r} ১৮ \overline{) ১০০০০} \quad ( ০.০৫৫৬ \\ \underline{১৮} \\ ২০ \\ \underline{১৮} \\ ২০ \\ \underline{১৮} \\ ২ \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{অর্থাৎ, } \frac{2}{3} &= \frac{2 \times 10^0}{3 \times 10^0} = \frac{2 \times 10^0}{3} \times \frac{1}{10^0} \\
 &= \frac{200}{3} \times \frac{1}{10^0} = 66\frac{2}{3} \times \frac{1}{10^0} \\
 &= \frac{666}{10^0} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{10^0} \\
 &= 666 + \frac{2}{3} \times \frac{1}{10^0}।
 \end{aligned}$$

উদাহরণ (৩)।  $\frac{5}{8}$  কে দশমিতে আন।

$$\begin{array}{r}
 5 \overline{) 40.000} \quad (5.000 \\
 \underline{40} \phantom{000} \\
 00 \phantom{000} \\
 \underline{00} \phantom{000} \\
 00 \phantom{000} \\
 \underline{00} \phantom{000} \\
 00
 \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \text{অর্থাৎ, } \frac{5}{8} &= \frac{5 \times 10^0}{8 \times 10^0} = \frac{5 \times 2^2 \times 5^0}{2 \times 2^3} \times \frac{1}{10^0} \\
 &= \frac{5 \times 2^2 \times 5^0}{2^3} \times \frac{1}{10^0} = \frac{2500}{8} \times \frac{1}{10^0} \\
 &= (312 + \frac{1}{2}) \times \frac{1}{10^0} \\
 &= 312 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{10^0}।
 \end{aligned}$$

উদাহরণ (৪)।  $\frac{১}{২}$  কে দশমিকে আন।

$$\begin{array}{r}
 ২৭ \overline{) ৪.000000} \left( ০.১৪৮১৪৮... \right. \\
 \underline{১৩০} \phantom{000000} \\
 ১০৮ \phantom{000000} \\
 \underline{২২০} \phantom{000000} \\
 ২১৬ \phantom{000000} \\
 \underline{৪০} \phantom{000000} \\
 ২৭ \phantom{000000} \\
 \underline{১৩০} \phantom{000000} \\
 ১০৮ \phantom{000000} \\
 \underline{২২০} \phantom{000000} \\
 ২১৬ \phantom{000000} \\
 \underline{৪}
 \end{array}$$

২৫। উপরের উদাহরণ চতুর্থাংশ হইতে দেখা যাইতেছে,  $\frac{১}{২} = ০.৫$  সহজেই দশমিকে পরিবর্তিত হইল, কিন্তু  $\frac{১}{৩}$ ,  $\frac{১}{৪}$  ও  $\frac{১}{৫}$  সেক্ষপ হইল না।

$\frac{১}{৩} = ০.৩৩৩$  . ইহাব শেষ নাই,

$\frac{১}{৪} = ০.২৫০$  ,

$\frac{১}{৫} = ০.২০০$  ।

কি জল্প এক্ষপ ঘটে তাহাও ঐ চাবিটি উদাহরণ হইতে বুঝিতে পারা যায়।

প্রথমতঃ দেখা যাইতেছে সামান্য ভগ্নাংশ দশমিকে আনিবার প্রক্রিয়া আব কিছই নহে, কেবল সামান্য ভগ্নাংশ লঘিষ্ঠ আকারে আনিয়া তাহাব লব ও হবকে দশের এমন এক শক্তি দিবা গুণ করা যাছাতে গুণিত লব হব দ্বাব বিভাজ্য হয়, এবং ভাগেব পব হব যে দশেব সেই শক্তি দ্বাব গুণিত হইয়াছিল তাহাব নিদর্শন স্বরূপ সেই শক্তি চিহ্নেব সংখ্যক দশমিক ঘব দশমিক বিন্দু স্থাপন দ্বাবা ভাগ বলে চিহ্নিত করা।

কিন্তু দশেব মৌলিক উৎপাদক ২ ও ৫, অতএব লঘিষ্ঠ আকারে আনীত ভগ্নাংশেব দশেব শক্তি দ্বাবা গুণিত লব কেবল সেই সেই স্থলে হব দ্বাবা বিভাজ্য হইবে, যেখানে হব ২ বা ৫ অথবা তাহাদেব কোন শক্তিব গুণকল।

যথা, (১) উদাহরণে,  $৮০ = ২^৩ \times ৫$  । এবং যেখানে তাহা নহে, যথা, (২), (৩) ও (৪) উদাহরণে, সেখানে দশের শক্তির দ্বারা গুণিত লবের হব দ্বারা ভাগ ক্রিয়াব শেষ হইবে না ।

দ্বিতীয়তঃ ইহাও দেখা যাইতেছে যে যদিও শেষোক্ত স্থলে ভাগ ক্রিয়াব শেষ হইবে না, কিন্তু যখন ভাগ শেষ ভাজক অর্থাৎ হব অপেক্ষা নূন হইবে, তখন ভাগফলে হব সংখ্যক অঙ্ক বসিবার পূর্বেই পূর্ববর্তী কোন এক ভাগ শেষের পুনর্বাগমন হইবে, এবং তাহা হইলেই যখন ভাগ শেষে ক্রমাগত শূন্য যোগ দ্বারা ভাগ ক্রিয়া চলিবে, তখন সেটখান হইতে ভাগফলেও পূর্ববর্তী অঙ্কগুলির পুনর্বাগমন আবশ্য হইবে, যথা, (১) ও (৪) উদাহরণে প্রথম হইতেই এবং (৩) উদাহরণে প্রথম অঙ্কের পর হইতে ।

শেষোক্ত প্রকার দশমিককে পৌনঃপুনিক দশমিক বশে । (২) ও (৪) উদাহরণের অঙ্কগুলি এগম হইতেই পুনঃ পুনঃ আইসে যথা, ৬৬৬ , ১৪৮, ১৪৮ , এইজন্ত ঐরূপ দশমিককে **বিশুদ্ধ পৌনঃপুনিক দশমিক** বলে । এবং (১) উদাহরণের অঙ্কগুলি অর্থাৎ ৮০৬৩ .. প্রথম হইতে পুনঃ পুনঃ আইসে নাই, এইজন্ত ঐরূপ দশমিককে **মিশ্র পৌনঃপুনিক দশমিক** বলে । এবং যে ভাগটি পুনঃ পুনঃ আইসে না তাহাকে **তদ্ব্যস্ত** ভাগ, ও যাহা পুনঃ পুনঃ আইসে তাহাকে **পৌনঃপুনিক ভাগ**, বশে ।

৯৬। পৌনঃপুনিক দশমিক লিখিবার নিয়ম ।

দশমিক বিন্দু যথা স্থানে দিয়া পৌনঃপুনিব ভাগের প্রথম ও শেষ অঙ্কের উপর এক একটি বিন্দু চিহ্নিত কর ।

যথা— ৬৬৬ .. . = ০ ।  
 . ১৪৮ ১৪৮ . = ১৪৮ ।  
 ৮০৬৩ .. .... = ৮৬ ।

৯৭। উপরে যাহা দেখা গেল তাহা হইতে নিম্নলিখিত দুইটি সিদ্ধান্তে উপনীত হওয়া যায় ।

(১) লঘিষ্ঠ আকাৰে আনীত হইবার পর যে সামান্য ভগ্নাংশেব'চব কেবল ২ বা ৫ অথবা তাহাদেব কোন শক্তিব গুণকল তাহাই কেবল সহজ দশমিক ভগ্নাংশেব আকাৰে আনীত হইতে পাৰে ।

(২) যে সামান্য ভগ্নাংশেব হবে ( লঘিষ্ঠ আকাৰে আনীত হইবার পৰ ) ২ ও ৫ ভিন্ন অন্য কোন মৌলিক উৎপাদক থাকে, তাহা দশমিকেব আকাৰে আনিত্তে গেলে সেই দশমিক বিস্তৃত অথবা মিশ্র পৌনঃপুনিক দশমিক হইবে ।

৯৮। সামান্য দশমিককে ভগ্নাংশে আনিবাব নিয়ম পূৰ্বে বলা হইয়াছে ।  
[ ৮৪ ধাবাব (৪) নিয়ম ত্রটব্য ]

এক্ষণে পৌনঃপুনিক দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশে পৰিবৰ্ত্তিত কবিবাব নিয়ম নিম্নে দেখিয়া যাউতেছে ।

**নিস্ত্রুত্ম (১)।** বিস্তৃত পৌনঃপুনিক দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশেব আকাৰে আনিত্তে চট্টলে, পৌনঃপুনিক অঙ্কগুলি ( দশমিক ও পৌনঃপুনিক চিহ্ন উঠাইয়া দিয়া ) লব স্বৰূপ লিখ, এবং সেই অঙ্ক যতগুলি ততগুলি ৯ হব স্বৰূপ লিখ ।

**নিস্ত্রুত্ম (২)।** মিশ্র পৌনঃপুনিক দশমিককে সামান্য ভগ্নাংশেব আকাৰে আনিত্তে হইলে, দশমিক বিন্দু ও পৌনঃপুনিক চিহ্ন উঠাইয়া দিয়া তদবস্থ ও পৌনঃপুনিক ভাগ হটতে তদবস্থ ভাগ বাহ দিয়া সেই বিয়োগ ফলকে লব স্বৰূপ লিখ, এবং পৌনঃপুনিক ভাগে যতগুলি অঙ্ক আছে ততগুলি ৯ লিখিয়া তাহাব পৰ তদবস্থ ভাগে যতগুলি অঙ্ক আছে ততগুলি শূন্য দিয়া হব স্বৰূপ লিখ ।

এই নিয়মেব চেহু নিম্নেব উদাহৰণত্ৰয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

উদাহৰণ (১)। ৬কে সামান্য ভগ্নাংশেব আকাৰে আন ।

$$\text{মনে কৰ } ৬ = \text{স} = .৬৬৬ \quad ।$$

$$১০ \times \text{স} = ৬.৬৬৬ \quad ,$$

$$\text{এবং } \text{স} = .৬৬৬ \quad .. \quad ।$$

$$\text{বিয়োগ দ্বাবা } ১০ \times \text{স} - \text{স} = ৯ \times \text{স} = ৬,$$

$$\text{স} = \frac{৬}{৯} = \frac{২}{৩} \quad ।$$

\* উদাহরণ (২) । ১৪৮কে সামান্ত ভগ্নাংশের আকারে আন ।

$$\text{মনে কব } ১৪৮ = \text{স} = ১৪৮ \frac{১৪৮}{১৪৮}$$

$$১০০০ \times \text{স} = ১৪৮ \frac{১৪৮}{১৪৮} \frac{১৪৮}{১৪৮}$$

$$\text{এবং } \text{স} = \frac{১৪৮ \frac{১৪৮}{১৪৮}}{১০০০}$$

$$\text{বিয়োগ দ্বারা } ১৪৮ \times \text{স} = ১৪৮,$$

$$\text{স} = \frac{১৪৮}{১০০০} = \frac{১৪৮}{১০০০} = \frac{১৪৮}{১০০০} = \frac{১৪৮}{১০০০}$$

উদাহরণ (৩) । ৮৩কে সামান্ত ভগ্নাংশের আকারে আন ।

$$\text{মনে কব } ৮৩ = \text{স},$$

$$\text{স} = ৮৩ \frac{৮৩}{৮৩}$$

$$১০০ \times \text{স} = ৮৩ \frac{৮৩}{৮৩}$$

$$\text{এবং } ১০ \times \text{স} = ৮৩ \frac{৮৩}{৮৩}$$

$$\text{বিয়োগ দ্বারা } ১০০ \times \text{স} - ১০ \times \text{স} = ৯০ \times \text{স} = ৭৫$$

$$\text{এবং } \text{স} - \frac{৭৫}{৯০} = \frac{৭৫}{৯০}$$

উপরে (১) ও (২) উদাহরণে দেখা যাইতেছে, পোনঃপুনিক দশমিকে দশের এমন এক শক্তি দ্বারা গুণ করা হইয়াছে যাহাতে প্রথম সম্পূর্ণ পোনঃপুনিক ভাগটি অখণ্ড বাশিতে পরিণত হইয়াছে, এবং তাহাব পর সেই গুণিত পোনঃপুনিক হইতে অগুণিত পোনঃপুনিকেব বিয়োগ দ্বারা অবশিষ্ট অসীম পোনঃপুনিক অঙ্ক শ্রেণিব বিলোপ হইয়াছে। এবং সেই বিয়োগ দ্বারা একদিকে প্রথম পোনঃপুনিক ভাগটি অখণ্ড সংখ্যা স্বরূপ থাকে, ও অপবদিকে তাহাতে যতগুলি অঙ্ক আছে পর পর ততগুলি ৯ বিশিষ্ট সংখ্যা দ্বারা গুণিত পোনঃপুনিক দশমিক থাকে। সুতরাং পোনঃপুনিক দশমিকেব মূল্য অবশ্যই সেই অখণ্ড সংখ্যাকে সেই ৯ বিশিষ্ট সংখ্যা দ্বারা ভাগ করিলেই পাওয়া যায়।

(৩) উদাহরণেও ঐরূপ কৌশল অবলম্বন করা হইয়াছে, তবে প্রভেদ এই যে, এ স্থলে দশমিক পোনঃপুনিকে একবার ১০ দ্বারা ও আবার একবার ১০০ বা দ্বারা ১০০ দ্বারা গুণ করা হইয়াছে, এবং তাহাব উদ্দেশ্য এই যে, প্রথমে তদবস্থ ভাগ ৮কে ও তৎপরে তদবস্থ ভাগ সহ প্রথম পোনঃপুনিক ভাগ অর্থাৎ ৮৩কে অখণ্ড বাশিতে পরিণত করা। তাহাব পর বিয়োগ



যাৰা অসীম পোনঃপুনিক অঙ্ক শ্ৰেণি ০০০ বিনুল হইয়া, একদিকে অৰ্থও সংখ্যা ৮৩-৮ ও অপবদিকে  $২০ \times ৪$  (পোনঃপুনিক দশমিক) থাকে।  
 স্ততবাং  $৪ = ২ \div ২ = \frac{১}{২} = \frac{১}{২}$ ।

### ১৮। উদাহরণ মালা ।

১। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে দশমিক ভগ্নাংশেৰ আকাৰে আনয়ন কৰ—

- (১)  $\frac{১}{২}, \frac{১}{৩}, \frac{১}{৪}, \frac{১}{৫}, \frac{১}{৬}$ ।
- (২)  $\frac{১}{৩}, \frac{১}{৪}, \frac{১}{৫}, \frac{১}{৬}, \frac{১}{৭}$ ।
- (৩)  $\frac{১}{৩}, \frac{২}{৩}, \frac{১}{৫}, \frac{২}{৫}$ ।
- (৪)  $\frac{১}{৩}, \frac{১}{৪}, \frac{১}{৫}, \frac{১}{৬}$ ।

২। নিম্নলিখিত ভগ্নাংশগুলিকে পোনঃপুনিক দশমিক ভগ্নাংশে পৰিবৰ্তিত কৰ—

- (১)  $\frac{১}{৩}, \frac{১}{৪}, \frac{১}{৫}, \frac{১}{৬}$ ।
- (২)  $\frac{১}{৩}, \frac{১}{৪}, \frac{১}{৫}, \frac{১}{৬}$ ।

৩। নিম্নলিখিত পোনঃপুনিক দশমিকগুলিকে সামান্ত ভগ্নাংশেৰ আকাৰে পৰিবৰ্তিত কৰ—

- (১) ০.৭, ৮১, ০.২০, ০.১২৩।
  - (২) ৫.৭৮, ৪.৬২, ২.০৭, ২.১৭।
  - (৩) ০.৭২, ০.৮০, ০.৮১, ৮.৫, ০.৬৭।
-

## সপ্তম পরিচ্ছেদ ।

### দশমিক ভগ্নাংশের আসন্ন ও সজ্জিত প্রক্রিয়া ।

৯৯। এই অধ্যায়ের পূর্ব পূর্ব পরিচ্ছেদে দেখা গিয়াছে, দশমিক ভগ্নাংশের যোগ বিয়োগ গুণন ও ভাগ প্রক্রিয়া অথও বাশিব ঐ ঐ প্রক্রিয়ার জ্ঞান, সুতরাং তাহা সামান্ত ভগ্নাংশের ঐ ঐ প্রক্রিয়া অপেক্ষা সহজে সম্পন্ন হয়। এষ্ট জন্ত সামান্ত ভগ্নাংশকে দশমিক ভগ্নাংশের আকারে পবিবর্তিত করা অনেক স্থলে বাহনীয়। কিন্তু এইরূপ আকার পবিবর্তন করিতে গেলে কখন কখন দশমিকের অনেক ঘর লটতে হয়, আব অনেক স্থলে অসংখ্য ঘর দশমিক লটলেও আকার পবিবর্তন জিয়া শেষ হয় না তবে দশমিকের অঙ্কগুলি বাব বার পুনরাগমন করে। ঐ সকল স্থলে দশমিকের যোগ বিরোধাদি অঙ্ক সংখ্যার প্রক্রিয়ার জ্ঞান চটলেও তাহা সহজে বলা যায় না। ঐরূপ স্থলে দশমিকের ঠিক পরিমাণ অর্থাৎ সমস্ত ঘর না লটয়া **প্রাক্ক ঠিক** পরিমাণ অর্থাৎ **কতিপক্ক অল্প** লটয়া তৎসম্বন্ধীয় প্রক্রিয়া সম্পন্ন করা যায়, এবং তাহার যে বল হয় তাহা সম্পূর্ণ ঠিক বল না হইলেও এত **প্রাক্ক ঠিক** হয়, যে তাহা গ্রহণ করিলে কোন অধিক ভ্রম বা অনুবিধা হয় না। তাহার কারণ এই যে, দশমিকের প্রথম ঘরের অঙ্ক মূল একের দশাংশের অংশ, দ্বিতীয় ঘরের অঙ্ক শতাংশের অংশ, তৃতীয় ঘরের অঙ্ক সহস্রাংশের অংশ, চতুর্থ ঘরের অঙ্ক দশসহস্রাংশের অংশ, পঞ্চম ঘরের অঙ্ক লক্ষাংশের অংশ, ষষ্ঠ ঘরের অঙ্ক দশলক্ষাংশের অংশ, এবং সপ্তম ঘরের অঙ্ক কোটি অংশের অংশ। সুতরাং দশমিকের সপ্তম ঘরের পববর্তী অঙ্ক সমস্ত বাদ দিলে মূল একের কোটি অংশের একাংশ অপেক্ষা অধিক বাদ পড়ে না। এবং সচবাচব যেকোন মূল এক লইয়া গণনা চলে তাহাদেব কোটি অংশের একাংশ এত ক্ষুদ্র যে তাহা বাদ দিলে কোন দ্বন্দ্ব্য ভ্রম হয় না।

যথা, মূল এক যদি ১ টাকা হয়, তাহা হইলে তাহার কোটি অংশের একাংশ

$$= \frac{১০০০০০০০}{১০০০০০০০} \text{ টাকা} = \frac{১০০০০০০০}{১০০০০০০০} \text{ পরস}$$

$$< \frac{১০০০০০০০}{১০০০০০০০} \text{ টাকা} < \frac{১০০০০০০০}{১০০০০০০০} \text{ পরস}$$

$$< \text{এক পরসার লক্ষাংশের একাংশ।}$$

মূল এক যদি ১ মাইল হয়, তাহা হইলে তাহার কোটি অংশের একাংশ

$$= \frac{1}{100000000} \text{ মাইল}$$

$$= \frac{1}{100000000} \times \frac{5280}{1} \text{ ফুট}$$

$$< \frac{1}{100000000} \times \frac{5280}{1} \text{ ইঞ্চি}$$

$$< \text{এক ইঞ্চির শতাংশের একাংশ।}$$

১০০। দশমিক ভগ্নাংশের কতিপয় ঘব বাখিরা অবশিষ্ট ঘরের অঙ্ক বাদ দিলে, সেই বাদ দেওয়াব নিম্নর্ণন স্বরূপ যে স্থান চইতে অঙ্ক বাদ দেওয়া আবশ্য হইল সেই স্থানে এই চিহ্ন দেওয়া যাব। যথা

$$৩২৫৭৮৯১০১৫ = .৩২৫৭৮৯১ \text{ প্রায়।}$$

সজ্জিগু প্রক্রিয়া সম্বন্ধীয় নিয়ম কএকটি নিম্নে লিখিত হইতেছে।

১০১। **সজ্জিগু লিখনের নিয়ম**। দশমিকের যতগুলি ঘব বাখা আবশ্যক কেবল ততগুলি ঘব বাখিবে, এবং পবিত্যক্ত ভাগের প্রথম অঙ্কটি যদি ৪ অপেক্ষা বড় হয়, তবে বর্দ্ধিত ভাগের শেষ অঙ্কটিতে ১ যোগ করিবে।

**হেতু**। ইহাৰ হেতু নিম্নের উদাহরণদ্বয় হইতে স্পষ্ট দেখা যাইবে।

(১) উদাহরণ।  $.৩০৫৭২৭০৪$ কে ৫ ঘব পর্য্যন্ত রাখিরা এমত ভাবে লিখ যে তাহা যথা সম্ভব ঠিক হয়।

উপরের নিয়মামুসারে পঞ্চম ঘবের ২তে ১ যোগ করিলে তাহা  $.৩০$  হইল অর্থাৎ ৭২ স্থলে ৮ হইল।

$$.৩০৫৭২৭০৪ = .৩০৫৮০ \text{ প্রায়।}$$

$$\text{কারণ, } .৩০৫৭২৭০৪ - .৩০৫৭২ = .০০০০০৭০৪,$$

$$.৩০৫৮০ - .৩০৫৭২৭০৪ = .০০০০০২৬৬,$$

$$\text{এবং } .০০০০০২৬৬ < .০০০০০৭০৪।$$

$.৩০৫৭২$  অপেক্ষা  $.৩০৫৮০$  বাশি  $.৩০৫৭২৭০৪$  রাশির অধিকতর সন্নিহিত।

(২) উদাহরণ।  $.৪২৭৬৪৮৭$ কে ৪ ঘব পর্য্যন্ত রাখিরা এমত ভাবে লিখ যে তাহা যথাসম্ভব ঠিক হয়।

এস্থলে পরিত্যক্ত ভাগের প্রথম অঙ্ক ৪, অতএব উপরের নিয়মামুসারে বর্দ্ধিত শেষ ঘরের ৬কে বর্দ্ধিত করিতে হইবে না,  $.৪২৭৬$  লিখিলেই হইবে।

যেথা ঘাউক এখানে ৬কে ৭ করিলে কি হয় ।

$$.৪২৭৭ - .৪২৭৬৪৮৭ = .০০০০৫১৩।$$

$$\text{কিন্তু } .৪২৭৬৪৮৭ - .৪২৭৬ = .০০০০৪৮৭,$$

$$\text{এবং } .০০০০৪৮৭ < .০০০০৫১৩।$$

.৪২৭৭ অপেক্ষা .৪২৭৬ বাধি .৪২৭৬৪৮৭ বাধিব অধিকতর সন্নিহিত।

১.২। সজ্জিগু শোণের নিয়ম । প্রত্যেক যোজ্যে আবশ্যক অপেক্ষা অধিক দুই এক ঘর রাখিয়া এবং উপবেব ১.১ ধারার নিয়ম বক্ষা কবিত্তা যোগ ক্রিয়া সম্পন্ন কব, এবং যোগফলে উক্ত ধারার নিয়ম বক্ষা কবিত্তা আবশ্যকীয় ঘর পর্যন্ত অঙ্ক বাধ ।

হেতু । এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

উদাহরণ । ১২.৩৪৫৬৭৮৯, .০৫৭৮২৩৪৬, এবং ২১৩.৫৭৯১১৮৮৯৯

একপে যোগ কব বাহাতে যোগফল ৪ ঘর পর্যন্ত বধাসম্ভব ঠিক হয় ।

সজ্জিগু প্রক্রিয়া ।

$$১২.৩৪৫৬৭৮$$

$$.০৫৭৮২৩$$

$$২১৩.৫৭৯১১৮$$

$$২২৫.৯৮২৬২১$$

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া ।

$$১২.৩৪৫৬৭৮৯$$

$$.০৫৭৮২৩৪৬$$

$$২১৩.৫৭৯১১৮৮৯৯$$

$$২২৫.৯৮২৬২১.২৫৯।$$

১.৩। সজ্জিগু বিকোণের নিয়ম । আবশ্যকীয় অপেক্ষা অধিক দুই এক ঘর রাখিয়া এবং ১.১ ধারার নিয়ম বক্ষা কবিত্তা বিযোজন ও বিযোজ্যকে লিখিত্তা বিযোগক্রিয়া সম্পন্ন কব, এবং বিযোগফলে উক্ত ধারার নিয়ম বক্ষা কবিত্তা আবশ্যকীয় ঘর পর্যন্ত অঙ্ক বাধ ।

হেতু । এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

উদাহরণ । .১৪ হইতে .০৬ একপে বিযুক্ত কব বাহাতে বিযোগ কল ৫ ঘর পর্যন্ত বধাসম্ভব ঠিক হয় ।

সজ্জিগু প্রক্রিয়া ।

$$.১৪ = .১৪৪৪৪৪৪$$

$$.০৬ = .০৬৬৬৬৬৬$$

$$.০৭৭৭৭৭$$

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া ।

$$.১৪ = ২\frac{২}{৫} = ২\frac{২}{৫},$$

$$.০৬ = \frac{৩}{৫} = \frac{৩}{৫}$$

$$.১৪ - .০৬ = ২\frac{২}{৫} - \frac{৩}{৫} = ১\frac{৩}{৫}$$

$$= .০৭ = .০৭৭৭৭$$

১০৪। সজ্জিগু গুণনের নিয়ম। গুণ্যেব নিয়ে গুণকের অঙ্কগুলি বিপরীত ক্রমে এমনভাবে লিখ যে তাহাব এককের অঙ্ক গুণফল যে ঘব পর্যন্ত আবশ্যক গুণ্যেব সেই ঘরের নিয়ে পড়ে ।

তাহাব পর গুণকের প্রত্যেক অঙ্ক দ্বাৰা তত্ত্বপরিস্থ ও তাহাব বামে স্থিত গুণ্যেব অঙ্কগুলির গুণন কর ও বৃত্ত হাতে থাকে তাহা বোগ করিবার নিমিত্ত উপরিস্থ দক্ষিণেব অঙ্কেব প্রতি লক্ষ্য রাখ, এবং আংশিক গুণফলেব পংক্তি-গুলি পব পর এমন ভাবে লিখ যে তাহাদেব প্রথম অঙ্কগুলি এক সাবিত্তে একটির নীচে আব একটি থাকে । এই আংশিক গুণফল পংক্তি সমূহেব বোগফলে আবশ্যকীয় সংখ্যক ঘবেব বামে দশমিক বিন্দু চিহ্নিত কবিলেই গুণফল পাওয়া যাইবে ।

হেতু । এই নিয়মেব হেতু নিম্নেব উদাহরণেব সজ্জিগু ও সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া মিলাইয়া দেখিলে স্পষ্ট বুঝা যাইবে, তবে সঙ্গে সঙ্গে নিম্ন লিখিত কথ্যগুলি স্মরণ রাখিতে হইবে, যথা—

$$\begin{aligned} \text{একক} \times \text{একক} &= \text{একক}, \\ \text{একক} \times \text{দশমাংশ} &= \text{দশমাংশ}, \\ \text{একক} \times \text{শততমাংশ} &= \text{শততমাংশ}, \\ &\text{ইত্যাদি ইত্যাদি।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{দশক} \times \text{একক} &= \text{দশক}, \\ \text{দশক} \times \text{দশমাংশ} &= \text{একক}, \\ \text{দশক} \times \text{শততমাংশ} &= \text{দশমাংশ}, \\ &\text{ইত্যাদি ইত্যাদি।} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{দশমাংশ} \times \text{একক} &= \text{দশমাংশ}, \\ \text{দশমাংশ} \times \text{দশমাংশ} &= \text{শততমাংশ}, \\ \text{দশমাংশ} \times \text{শততমাংশ} &= \text{সহস্রতমাংশ}, \\ &\text{ইত্যাদি ইত্যাদি।} \end{aligned}$$

(১) উদাহরণ । ২৫.৭০৫৬কে ১৮.৬২০৩ দ্বারা এমন ভাবে গুণ কর বাহাতে গুণফল ৫ ঘর পর্যন্ত বখাসম্ভব ঠিক হয় ।

সজ্জিগু প্রক্রিয়া।

$$\begin{array}{r}
 ২৫.৭০৫৬ \\
 \times ০.২৬৮১ \\
 \hline
 ২৫.৭০৫৬০ \\
 ২০.৫৬৪৪৮ \\
 ১.৫৪২০০ \\
 ৫.১৪১ \\
 \hline
 ৭৭ \\
 ৪৭৮.৬৪৫২
 \end{array}$$

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া।

$$\begin{array}{r}
 ২৫.৭০৫৬ \\
 \times ০.২৬৮১ \\
 \hline
 ৭৭ \quad ১১৬৮ \\
 ৫১৪১ \quad ১২০ \\
 ১৫৪২০০ \quad ৬ \\
 ২০৫৬৪৪৮ \\
 ২৫৭০৫৬ \\
 \hline
 ৪৭৮.৬৪৫২ \quad ৮০৬৮
 \end{array}$$

(২) উদাহরণ। ০.৩কে ১৬ দিয়া এমনভাবে গুণ কর বাহাতে গুণফল ৪ ঘব পর্যন্ত যথাসম্ভব ঠিক হয়।

সজ্জিগু প্রক্রিয়া।

$$\begin{array}{r}
 .৩ = .০৩০০০০ \\
 .১৬ = .০১৬৬৬৬০ \\
 \times .০৩০০০০ \\
 \hline
 ৬৬৬১০ \\
 \hline
 .০৩০০ \\
 ২০০ \\
 ৬০ \\
 \hline
 ২ \\
 \hline
 .০৫৫৫
 \end{array}$$

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া।

$$\begin{array}{l}
 ৩ = ২ = \frac{১}{২}, \\
 .১৬ = ২\frac{১}{২} = \frac{৫}{২} = \frac{৫}{২}। \\
 ০ \times .১৬ = \frac{১}{২} \times \frac{৫}{২} = \frac{৫}{৪} \\
 = \frac{১}{২} = .৫ \\
 = .০৫৫৫...।
 \end{array}$$

১০৫। সজ্জিগু ভাগের নিয়ম। ভাগফলের অথবা ভাগে যতগুলি ঘব থাকিবে ও তাহার দশমিক ভাগাংশ ভাগে যতগুলি ঘব থাকিতে হইবে সেই দ্বিবিধ ঘবের সংখ্যা একত্র যত হইবে, ভাজকের বাম ভাগ হইতে ততগুলি মাত্র অঙ্ক ভাজক স্বরূপ লইবে। এবং ভাজ্যের বামদিক হইতে ততগুলি ঘব লইবে বাহাতে ঐ নূতন ভাজক অন্ততঃ একবার কিন্তু দশের অনধিকবার থাকে। এই ভাজ্য ও ভাজক লইয়া ভাগ ক্রিয়া আরম্ভ করিবে।

ভাগফলের প্রথম অঙ্ক নির্ণয়ের পৰ, দ্বিতীয় অঙ্ক নির্ণয়ার্থে ভাজকের দক্ষিণের প্রথম অঙ্ক বাদ দিবে ও প্রথম বিরোগফলকে ভাজ্য মনে করিবে।

ভাগফলের দ্বিতীয় অঙ্ক নির্ণীত হইলে, তৃতীয় অঙ্ক নির্ণয়ার্থে পুনরায় ঐ প্রণালী অবলম্বন করিবে। এবং এইরূপে শেষ অঙ্ক নির্ণয় করা পর্যন্ত প্রক্রিয়া চালাইবে।

ভাগ ফলের প্রতি অঙ্ক দিয়া ভাজকে গুণ করিবার সময় ভাজকেব পরিত্যক্ত অঙ্কেব সহিত সেই অঙ্কেব গুণফলের যত হাতে থাকিত তাহা যোগ করিবে।

হেতু । এই নিয়মেব হেতু নিয়মে উদাহরণেব সজ্জিগু ও সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া মিলাইয়া দেখিলেই বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। ৮৬১৩৪৫২কে ৭৩৫২৪৩ দ্বারা ভাগ কর যাহাতে ভাগফল ৪ ঘব পর্যন্ত বথাসম্ভব ঠিক হয়।

সজ্জিগু প্রক্রিয়া ।

$$\begin{array}{r}
 ৭.৩৫২৪,৩ \overline{) ৮৬১৩৪,৫২} \quad (১.১৭১৫ \\
 \underline{৭৩৫২৪} \\
 ১২৬১০ \\
 \underline{৭৩৫২} \\
 ৫২৫৮ \\
 \underline{৫১৪৬} \\
 ১১২ \\
 \underline{৭৩} \\
 ৩৯ \\
 \underline{৩৬}
 \end{array}$$

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া ।

$$\begin{array}{r}
 ৭.৩৫২৪৩ \overline{) ৮৬১৩৪৫২} \quad (১.১৭১৫ \\
 \underline{৭৩৫২৪} ৩ \\
 ১২৬১০ ২২ \\
 \underline{৭৩৫২৪} ৩ \\
 ৫২৫৭ ৭২০ \\
 \underline{৫১৪৬} ০৬১ \\
 ১১১ ০০২০ \\
 \underline{৭৩৫২৪} ৩ \\
 ৩৭৫৬৭ ০ \\
 \underline{৩৬৭৬২} ১৫
 \end{array}$$

(২) উদাহরণ। ১৩কে ১০ দ্বারা ভাগ কর।

সজ্জিগু প্রক্রিয়া ।

$$\begin{array}{r}
 ১.৩৩৩ \overline{) ১৩৬৬} \quad (১.৫ \\
 \underline{১৩৬৬}
 \end{array}$$

সম্পূর্ণ প্রক্রিয়া ।

$$\begin{aligned}
 ১.৩ &= \frac{১৩-১}{১০} = \frac{১২}{১০} = \frac{১}{৬}, \\
 ১.৩ &= \frac{৩}{১০} = \frac{১}{৩},
 \end{aligned}$$

$$\text{ভাগফল} = \frac{১}{৬} - \frac{১}{৩} = \frac{১}{৬} \times \frac{১}{৩} = \frac{১}{১৮} = ০.৫$$

১০৬। দশমিক ভগ্নাংশের সজ্জিগু প্রক্রিয়াতে ১০২ হইতে ১০৫ ধারার নিয়ম অবলম্বনীয়। কিন্তু শৌনঃপুনিক দশমিকের গুণন ও ভাগ প্রক্রিয়া

দশমিককে সামান্ত ভগ্নাংশের আকারে আনিয়া নিম্নরূপ করাই অনেক স্থলে সহজ।

যথা, ১০৪ ও ১০৫ ধাবাব (২) উদাহরণ।

১০৭। সামান্ত ভগ্নাংশ ও দশমিক ভগ্নাংশ প্রয়োগের হুবিধা অহুবিধা।

১ম। সামান্ত ভগ্নাংশ।

(১) সামান্ত ভগ্নাংশই তাহাব দশমিক প্রতিরূপ অপেক্ষা অধিকতর সহজে মনে আইসে। ১, ১০, ১০০, ১০০০ প্রভৃতি যত সহজে মনে আইসে, ৫, ৩, ০.২৫, ০.২ কখনই তত সহজে মনে আইসে না।

(২) সকল ভগ্নাংশই সামান্ত ভগ্নাংশের আকারে অঙ্ক দ্বারা রূপ সহজে লিখা যায়, দশমিকের আকারে সকল স্থলে সেক্ষপ সহজে লিখা যায় না। একেব চট, তিন, চাব, সাত প্রভৃতি ভাগের এক ভাগ, সামান্ত ভগ্নাংশের আকারে সরোপে ১, ১০, ১০০, ১০০০ ইত্যাদি রূপে লিখা যায়। কিন্তু তাহাদের দশমিক ভগ্নাংশের আকার ৫, ৩, ০.২৫, ০.২৮৫৭ তত সজ্জিত নহে।

(৩) কিন্তু সামান্ত ভগ্নাংশের বোগ, বিবোগ, গুণন, ভাগ প্রক্রিয়া দশমিকের প্রক্রিয়ার জায় সহজ নহে।

২য়। দশমিক ভগ্নাংশ।

(১) দশমিক ভগ্নাংশ লিখন প্রণালী অথও সংখ্যাব সাধাবণ লিখন প্রণালী এক প্রবাব প্রসাব, হুতবাং দশমিক ভগ্নাংশ প্রয়োগ দ্বারা অথও বাশি ও থও বাশি একই প্রণালীতে লিখা যায়।

(২) দশমিক ভগ্নাংশের বোগ বিবোগাদি প্রক্রিয়া অথও বাশিব ঐ ঐ প্রক্রিয়ার নিয়মানুসারে চলে, কেবল প্রক্রিয়ার ফলে দশমিক বিন্দু স্থাপন নিমিত্ত বিশেষ নিয়মের প্রয়োজন। আব সে নিয়ম অতি সহজ।

(৩) কিন্তু পৌনঃপুনিকের গুণন ও ভাগ দশমিক আকারে সহজ নহে।

(৪) দশমিক ভগ্নাংশের প্রয়োগ অনেক স্থলে নিতান্ত প্রয়োজনীয়। গণিতের উচ্চাংশ পাঠ কালে শিক্ষার্থী তাহা দেখিতে পাইবেন। এবং পাটীগণিতেই মূলকর্ষণ অধ্যায়ে তাহার দৃষ্টান্ত পাইবেন।

নিম্নে ১০৮ ধারাব উদাহরণটিও তাহাব একটি দৃষ্টান্ত স্থল।



১০৮। দশমিকের আসন্ন প্রক্ৰিয়াব নিয়ম অবলম্বনে অনেক স্থলে অসীম অঙ্ক শ্রেণিব মূল্য বতদূৰ ইচ্ছা প্রায় ঠিক নির্ণয় করা যাইতে পারে।

উদাহরণ। নিম্নের অঙ্ক শ্রেণিব মূল্য দশমিক ৫ ঘব পর্য্যন্ত যথা সম্ভব ঠিকরূপে নির্ণয় কব—

$$১ + \frac{১}{১} + \frac{১}{১^২} + \frac{১}{১^৩} + \frac{১}{১^৪} + \frac{১}{১^৫} + \frac{১}{১^৬} + \frac{১}{১^৭} + \frac{১}{১^৮} + \frac{১}{১^৯} + \frac{১}{১^{১০}} + \dots$$

এই অসীম অঙ্ক শ্রেণিব ঠিক মূল্য নির্ণয় কবা যায় না। তবে দশমিকের বত ঘব পর্য্যন্ত ইচ্ছা তত ঘব পর্য্যন্ত ঠিক মূল্য নির্ণয় কবা যাটতে পারে। এবং তাহার কাবণ নিম্নের প্রক্ৰিয়া দৃষ্টে স্পষ্ট বুকা যাটবে।

$$১ = ১$$

$$\frac{১}{১} = ১$$

$$\frac{১}{১^২} = ০.১$$

$$\frac{১}{১^৩} = ০.০৭৬৯২৩০৮$$

$$\frac{১}{১^৪} = ০.০৮১৬২৯৬৩$$

$$\frac{১}{১^৫} = ০.০০৮১৬২৯৬৩$$

$$\frac{১}{১^৬} = ০.০০০৮১৬২৯৬৩$$

$$\frac{১}{১^৭} = ০.০০০০৮১৬২৯৬৩$$

$$\frac{১}{১^৮} = ০.০০০০০৮১৬২৯৬৩$$

$$\frac{১}{১^৯} = ০.০০০০০০৮১৬২৯৬৩$$

$$\frac{১}{১^{১০}} = ০.০০০০০০০৮১৬২৯৬৩$$

$$\dots = \dots$$

$$\text{যোগফল} = ২.৭১৮২৮১৮$$

$$\text{ঐ দশমিক ৫ ঘব পর্য্যন্ত} = ২.৭১৮২৮$$

আব অধিকদূৰ যাটবাব প্রয়োজন নাট, কাবণ পববর্তী প্রত্যেক ভগাংশেব দশমিক আকাৰেব প্রথম ৭ ঘব ০, এবং তাহা লইলে যোগফলের প্রথম ৫ ঘবেব অঙ্কেব পবিবর্তন হইবে না।

১৯। উদাহরণমালা।

নিম্নেব প্রক্রিয়াগুলিব ফল দশমিকের ৫ ঘব পর্যন্ত বধা সম্ভব শুদ্ধরূপে নির্ণয় কব—

১।  $১২.৩৪৫৬৭৮৯ + ২৩.৪৫৬৭৮৯১ + ৩৪.৫৬৭৮৯১২।$

২।  $৩৩ + ৩.৪৭ + ১.৫২৪৭ + ০.০২।$

৩।  $১২.৩৪৫৬৭৮৯ - ২.৮৭৬৫৪৩২১।$

৪।  $১২.৩৪৫ - ০.০২৭ + ৭২ - ১২০।$

৫।  $৫.১৯১৫২৯২৫ \times ৩৯.৩৪৪৯৪৫।$

৬।  $২.২৭ \times ১৩, ১৫ \times ২১।$

৭।  $১২৩৪.৫৬৭৮৯ - ৯৮৭.৬৫৪৩২১।$

৮।  $৩-৬, ৬-৩, ১৬-৯, ১৫-৩।$

২০। বিবিধ প্রশ্নমালা।

১। নিম্নলিখিত জটিল রাশিগুলিকে সমল কব।

(১)  $\frac{১ + ০২ \times ৮}{৫ - ৩ - ১০} + \frac{৩১}{১০}।$

(২)  $\frac{১৯৫.০০৩৫ \times ১০^৫}{১০} - ০.৫ - ১০^৩ + ২৫ \times ১০^৬।$

(৩)  $\frac{১}{৩} + \frac{১}{৪} \times ২৬৪ \times ০.৫ + ১২৫ - ২ - ০.০১।$

(৪)  $\frac{২ \times ২৫ - ১ \times ১৬}{১.৯}।$

(৫)  $১০ + ১৩ - ০.০২৭ + ৭৮ - ২.৫।$

২।  $২+৩+৩+২+৩+২+৩+২$  এই যোগফল দশমিকের ৫' ঘব পর্যন্ত শুদ্ধরূপে কত ?

৩।  $২+৩+৪+০.৫$  ইহাতে কি দশমিক ভগ্নাংশ যোগ কবিলে যোগফল ৬ হইবে ?

৪।  $১২৩৪+১২৩৪+১২৩৪+১২৩৪$  এবং

$১২৩৪+১২৩৪+১২৩৪+১২৩৪$

এই দুইটি যোগফলের বিযোগফল কত ?

৫।  $১০০০-১০০০১+১০০০০-১০০০০০$  ইত্যাদি ফল কত ?

৬। কোন বাশিকে ১০০০ দিয়া গুণ কবিলে গুণফলে ২ ঘব দশমিক থাকে। সে বাশিতে কত ঘব দশমিক ছিল ?

৭।  $\frac{১}{২}$  কে দশমিক ভগ্নাংশে পৰিবৰ্ত্তিত কব।

৮।  $\frac{১}{২৫৬}$  সলীম দশমিকে পৰিবৰ্ত্তিত হইতে পাৰে কি না তাহা নিৰ্ণয় কব।

৯। ৩১৪১৬ এই রাশিটি  $\frac{১}{২}$  ও  $\frac{১}{১৫}$  এট দুট বাশিব মাঝামাঝি ইজা দেখাও।

১০। নিম্নেব অঙ্ক শ্রেণিব মূল্য দশমিকের ৪ ঘব পর্যন্ত শুদ্ধরূপে নিৰ্ণয় কব—

$$৪ \times \left\{ \frac{১}{৫} - \frac{১}{৩ \times ৫^৩} + \frac{১}{৫ \times ৫^৫} - \frac{১}{৭ \times ৫^৭} + \text{ইত্যাদি} \right\}$$

$$- \left\{ \frac{১}{২ \times ৩} - \frac{১}{৩ \times ২ \times ৩^৩} + \frac{১}{৫ \times ২ \times ৩^৫} - \frac{১}{৭ \times ২ \times ৩^৭} + \right\} \text{ইত্যাদি।}$$

## তৃতীয় অধ্যায় ।

অবচ্ছিন্ন অখণ্ডবাশি সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া ।

প্রথম পরিচ্ছেদ ।

অবচ্ছিন্ন বাশির বিভাগক্রমাবলী ও লিখনপ্রণালী ।

১০২। সংসারে গণনা প্রায়ই অবচ্ছিন্ন বাশি সম্বন্ধে হইয়া থাকে। তবে গণনা প্রক্রিয়া বুঝিবার সুবিধার নিমিত্ত পূর্বে চই অধ্যায়ে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যার আলোচনা করা গিয়াছে।

যে যে প্রকার অবচ্ছিন্ন বাশির প্রয়োগ সচবাচর দেখা যায় তাহা,

- (১) মূল্য,
- (২) ওজন (তুল ও স্থল),
- (৩) মাপ (তল ও গুহ),
- (৪) মাপ (দৈর্ঘ্য, বর্গ, ও ঘন),
- (৫) মাপ (কৌণিক),
- (৬) কাল,

এই ছয়টি বিষয়ের সম্বন্ধীয়।

প্রত্যেক প্রকার বাশি সম্বন্ধে এক একটি বিশেষ পরিমাণ সেই বাশির মূল এক বলিয়া গৃহীত হইয়া থাকে। এবং সেই একের সমষ্টি বা অংশ জ্ঞাপক সংখ্যা দ্বারা সর্বত্র বাশির পরিমাণ নিরূপিত ও প্রকাশিত হয়।

যথা, ১ টাকা বা ১ সত্তাবেন মূল্য সম্বন্ধে মূল এক বলিয়া গৃহীত, এবং কোন বিশেষ স্থলে মূল্যের পরিমাণ নিরূপণ বা প্রকাশ করিতে হইলে, তাহা ৪ টাকা কি ৭ টাকা কি অর্দ্ধ টাকা কি ১০ সত্তাবেন বলিয়া নিরূপণ বা প্রকাশ করা যায়। ওজনে মূল এক ১ সেব বা ১ পাউণ্ড সচবাচর গৃহীত, এবং কোন বস্তুর ওজন কত জানিতে হইলে, তাহা এত সেব কি এত পাউণ্ড বলিয়া প্রকাশ করা যায়।

উদ্ভাষণ পরিহার কবিতার নিমিত্ত প্রত্যেক প্রকার মূল এককে জমাখঁটে  
ভিন্ন ভিন্ন ভাগে বিভক্ত করা হইয়াছে।

যথা টাকাকে আনা ও পরসায়, সভাবেনকে শিলিং ও পেনিতে, সেবকে পোয়া ছটাক আদিত্তে, ও পাউণ্ডকে আউন্স পেনিওয়েট ও গ্রেনে, বিতক্ৰ করা হইয়াছে। এবং টাকার চতুৰ্বাংশ ৪ আনা, সভাবেনেৰ পঞ্চমাংশ ৫ শিলিং, সেবেৰ দশমাংশ ৮ তোলা, বলা বাব।

উক্ত ছয় প্রকার অবচ্ছিন্ন বাণিজ্য বিভাগক্রমাবলী, ও সঙ্গে সঙ্গে তাহাদের দক্ষিণে প্রত্যেকের সঙ্গে লিখনপ্রণালী, নিয়ে লিখিত হইতেছে।

୧୧୦। ଯୁଦ୍ଧା ବିଭାଗ କ୍ରମାବଳୀ ।

(১) বাজালার মুদ্রা।

১২ পাইতে বা ৪ পরসায় (১৫)      ১ আনা      ১ আঃ বা

१५ आनाय                      १ ठोका          २.

১৫ টাকায়                      ১ সম্ভাবেন    ১ সম্ভাঃ।

এই বিভাগ ক্রমান্বয়ে দেখা যাইতেছে ১ টাকায় ২, ৩, ৪, ৫ ও ৮ ভাগে ভাগ করিবার সুবিধা আছে। যথা,

১ টাকার  $\frac{1}{2}$  = ৮ আনা,  $\frac{1}{3}$  = ৪ আনা,  $\frac{1}{4}$  = ২ আনা,  $\frac{1}{5}$  = ৫ আনা ৪ পাঠ,  $\frac{1}{6}$  = ২ আনা ৮ পাঠ।

১ টাকা ৫ ভাগে ভাগ করিবার সুবিধা নাই। পূর্বে ২০ গণ্ডা করিতে ১ আনা হইত, এবং সে হিসাবে টাকার  $\frac{১}{২} = ০$  আনা ৪ গণ্ডা ছিল। কিন্তু করি এখন প্রচলিত নাই, তবে পূর্বে প্রথা অনুসারে ১ পরস। এখনও ৫ গণ্ডা বলিয়া লিখিত হয়।

টাকার অংশ লিখন প্রণালী সম্বন্ধে প্রবণ বাধিবার বোধ্যা চই একটি কথা আছে।

১ টাকার চতুর্থাংশের ১ অংশের চিহ্ন।০.

୧ ଟାଙ୍କାର ଚତୁର୍ଥାଂଶର ୨ ଅଂଶର ଚିହ୍ନ ॥୦.

১ টাকার চতুর্থাংশের ও অংশের চিহ্ন দাও।

- ১ টাকার চতুর্থাংশের চতুর্থাংশ বা ষোড়শাংশের ১ অংশের চিহ্ন  $\frac{1}{64}$ ,  
 ১ টাকার চতুর্থাংশের চতুর্থাংশ বা ষোড়শাংশের ২ অংশের চিহ্ন  $\frac{2}{64}$ ,  
 ১ টাকার চতুর্থাংশের চতুর্থাংশ বা ষোড়শাংশের ৩ অংশের চিহ্ন  $\frac{3}{64}$  ।

পবে ক্রমশঃ দেখা যাইবে, শেষোক্ত চিহ্নগুলি কেবল টাকার অংশ জ্ঞাপক  
 নহে, অস্তান্ন অবচ্ছিন্ন রাশির ও ঐ ঐ অংশের চিহ্ন স্বরূপ ব্যবহৃত হয় ।

- যথা, ১ সেবের  $\frac{1}{2}$  বা ১ পোয়াব চিহ্ন  $\frac{1}{2}$ ,  $\frac{2}{2}$  বা ২ পোয়াব চিহ্ন  $\frac{2}{2}$ ,  
 $\frac{3}{2}$  বা ৩ পোয়াব চিহ্ন  $\frac{3}{2}$ ,  $\frac{1}{4}$  বা ১ ছটাকের চিহ্ন  $\frac{1}{4}$ ,  
 $\frac{2}{4}$  বা ২ ছটাকের চিহ্ন  $\frac{2}{4}$ ,  $\frac{3}{4}$  বা ৩ ছটাকের চিহ্ন  $\frac{3}{4}$  ।

- সাধারণতঃ, মূল একের  $\frac{1}{2}$  এর চিহ্ন  $\frac{1}{2}$  (এক সোজা বেথা),  
 $\frac{1}{4}$  এর চিহ্ন  $\frac{1}{4}$  (ছই সোজা বেথা),  
 $\frac{3}{4}$  এর চিহ্ন  $\frac{3}{4}$  (তিন সোজা বেথা),  
 $\frac{1}{8}$  এর চিহ্ন  $\frac{1}{8}$  (এক বাঁকা বেথা),  
 $\frac{3}{8}$  এর চিহ্ন  $\frac{3}{8}$  (ছই বাঁকা বেথা),  
 $\frac{5}{8}$  এর চিহ্ন  $\frac{5}{8}$  (তিন বাঁকা বেথা) ।

## (২) ইংলিশের মুদ্রা ।

- |            |                    |          |
|------------|--------------------|----------|
| ৪ বাদিং এ  | ১ পেনি             | ১ পেন্স, |
| ১২ পেনিতে  | ১ শিলিং            | ১ শিঃ,   |
| ২০ শিলিং এ | ১ পাউণ্ড বা সভাবেন | ১ পাঃ ।  |

এই ক্রমাবলীতে দেখা যাইতেছে ১ পাউণ্ড বা সভাবেনকে ২, ৩, ৪, ৫, ৬,  
 ও ৮ ভাগে সহজেই ভাগ করা যায় ।

- যথা, ১ পাউণ্ডের  $\frac{1}{2}$  = ১০ শিলিং,  $\frac{1}{4}$  = ৬ শিলিং ৮ পেন্স,  
 $\frac{1}{8}$  = ৫ শিঃ,  $\frac{3}{8}$  = ৩ শিঃ ৪ পেন্স,  
 $\frac{1}{2}$  = ৪ শিঃ,  $\frac{5}{8}$  = ২ শিঃ ৬ পেন্স ।

ইংলিশ ও বাঙ্গালার মুদ্রার তুলনা,  
 ১ পাউণ্ড বা সভাবেন = ১৫ টাকা ।

১১১। ওজন বিভাগ ক্রমাবলী ।

(১) বাঙ্গালার ওজন ।

(ক) স্থল ওজন ।

|                       |           |              |
|-----------------------|-----------|--------------|
| ৫ শিকি তোলায়         | ১ কাঁছা   | ১ কাঃ,       |
| ৪ কাঁছা বা ৫ তোলায়   | ১ ছটাক    | ১ ছঃ /০,     |
| ৪ ছটাকে               | ১ পোয়া   | ১ পোঃ বা ১০, |
| ৪ পোয়াতে (৮০ তোলায়) | ১ সেব     | ১ সেঃ বা /১, |
| ৫ সেবে                | ১ পল্লুরি | ১ পঃ ৮০,     |
| ৮ পল্লুরি বা ৪০ সেবে  | ১ মণ      | ১ মঃ ১/।     |

(খ) স্থল ওজন ।

|           |         |        |
|-----------|---------|--------|
| ৮ বতিতে   | ১ বাসা  | ১ বাঃ, |
| ১২ বাসাতে | ১ তোলা  | ১ তোঃ, |
| ৮০ তোলায় | ১ সেব । |        |

(২) ইংলণ্ডের ওজন ।

(ক) স্থল ওজন ।

|                 |              |        |
|-----------------|--------------|--------|
| ১৬ ড্রামে (ড্র) | ১ আউন্স      | ১ আঃ,  |
| ১৬ আউন্সে       | ১ পাউণ্ড     | ১ পাঃ, |
| ২৮ পাউণ্ডে      | ১ কোয়ার্টার | ১ কোঃ, |
| ৪ কোয়ার্টারে   | ১ হান্ডব     | ১ হাঃ, |
| ২০ হান্ডবে      | ১ টন         | ১ টঃ । |

(খ) স্থল ওজন ।

|                   |             |           |
|-------------------|-------------|-----------|
| ২৪ গ্রেনে (গ্রোঃ) | ১ পেনিওয়েট | ১ পেঃ ওঃ, |
| ২০ পেনিওয়েটে     | ১ আউন্স     | ১ আঃ,     |
| ১২ আউন্সে         | ১ পাউণ্ড    | ১ পাঃ ।   |

(গ) চিকিৎসকের ওজন।

|           |          |      |
|-----------|----------|------|
| ২০ গ্রেনে | ১ কুপল   | ১ ঠ, |
| ৩ কুপলে   | ১ ড্রাম্ | ১ ঠ, |
| ৮ ড্রামে  | ১ আউন্স  | ১ ঠ। |

ফুল ওজনের আউন্স ও পাউণ্ড, এবং ফুল ওজনের আউন্স ও পাউণ্ড বিভিন্ন। তাহারেব তুলনার নিমিত্ত মনে বাধিতে হইবে,

ফুল ওজনের ১ পাউণ্ড = ৫৭৬০ গ্রেন,  
এবং ফুল ওজনের ১ পাউণ্ড = ৭০০০ গ্রেন,  
চিকিৎসকের ফুল ওজনের ১ আউন্স = ৪৮০ গ্রেন।

ইংলণ্ডের ও বাঙ্গালার ওজনের তুলনার নিমিত্ত মনে বাধিতে হইবে,

১ তোলা = ১৮০ গ্রেন।  
১ সেব = ৮০ তোলা = ১৪৪০০ গ্রেন।  
= ১ পাউণ্ড (ফুল ওজনের) + ৪০০ গ্রেন।  
= ২ পাউণ্ড প্রায়।

১১২। তরল ও শুষ্ক মাপের ক্রমাবলী।

(১) বাঙ্গালার মাপ।

বাঙ্গালার তরল মাপের ক্রমাবলী ঠিক ফুল ওজনের ক্রমাবলীর স্তায়।  
অতএব তাহা পৃথক্ৰূপে দেওয়া অনাবশ্যক।

শুষ্কমাপের ক্রমাবলী।

|           |                   |
|-----------|-------------------|
| ৫ ছটাকে   | ১ কুনকে,          |
| ৪ কুনকেতে | ১ বেঙ্ (৫ পোয়া), |
| ৪ বেঙ্কে  | ১ পালি (৫ সের),   |
| ২০ পালিতে | ১ শলি,            |
| ১৬ শলিতে  | ১ কাহন (৪০ মণ)।   |



(২) ইংলিশের আপ ।

(ক) তরল মাপ ।

|             |             |
|-------------|-------------|
| ২ পাইন্টে   | ১ কোয়ার্ট, |
| ৪ কোয়ার্টে | ১ গ্যালন,   |
| ৩৬ গ্যালনে  | ১ বাবেল ।   |

(খ) শুষ্ক মাপ ।

|             |           |
|-------------|-----------|
| ৪ কোয়ার্টে | ১ গ্যালন, |
| ২ গ্যালনে   | ১ পেক,    |
| ৪ পেকে      | ১ বুবেল । |

১১০। দৈর্ঘ্য, বর্গ, ও ঘন আপের প্রমাবলী ।

(১) বাজালার আপ ।

(ক) দৈর্ঘ্য মাপ ।

|               |            |
|---------------|------------|
| ৩ ধবে         | ১ অঙ্গুলি, |
| ৬ অঙ্গুলিতে   | ১ মুঠি,    |
| মুঠিতে ৩      | ১ বিঘতে,   |
| ২ বিঘতে       | ১ হাত,     |
| ৪ হাতে        | ১ ধনু,     |
| ২০০০ ধনুতে বা |            |
| ৮০০০ হাতে     | ১ কোশ,     |
| ৪ কোশে        | ১ বোজন ।   |

---

|              |                 |
|--------------|-----------------|
| ৪ হাতে       | ১ কাঠা,         |
| ২০ কাঠায় বা |                 |
| ৮০ হাতে      | ১ বিঘা বা রসি । |

(খ) বর্গ মাপ ।

|              |                |                 |          |
|--------------|----------------|-----------------|----------|
| ১ বর্গ হাতে  | ( ১ হাত দীর্ঘে | ১ হাত প্রস্থে ) | ১ গজা,   |
| ২০ গজায় বা  | ৫ হাত দীর্ঘে   | ৪ হাত প্রস্থে   | ১ ছটাক,  |
| ১৬ ছটাকে বা  | ৮০ হাত দীর্ঘে  | ৪ হাত প্রস্থে   | ১ কাঠা,  |
| ২০ কাঠায় বা | ৮০ হাত দীর্ঘ   | ৮০ হাত প্রস্থে  | ১ বিঘা । |

বিশেষ দ্রষ্টব্য ।

১ বর্গ হাত = ১ হাত দীর্ঘে ১ হাত প্রস্থে,

১ বর্গ বিঘা = ১ বিঘা দীর্ঘে ১ বিঘা প্রস্থে,

কিন্তু ১ বর্গ কাঠা = ৮০ হাত বা ২০ কাঠা দীর্ঘে ও ১ কাঠা প্রস্থে ।

(২) ইঞ্চলমাপ ।

(ক) দৈর্ঘ্য মাপ ।

|          |                       |
|----------|-----------------------|
| ১২ ইঞ্চ  | ১ ফুট,                |
| ৩ ফুটে   | ১ গজ,                 |
| ৫২ গজে   | ১ পোল,                |
| ৪০ পোলে  | ১ ঘাবলং,              |
| ৮ ফাবলংএ | ১ মাইল (= ১৭৬০ গজ ) । |

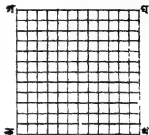
(খ) বর্গ মাপ ।

|               |             |
|---------------|-------------|
| ১৪৪ বর্গ ইঞ্চ | ১ বর্গ ফুট, |
| ৯ বর্গ ফুটে   | ১ বর্গ গজ,  |
| ৩০½ বর্গ গজে  | ১ বর্গ পোল, |
| ৪০ বর্গ পোলে  | ১ রুড্,     |
| ৪ রুডে        | ১ একর ।     |

এইখানে মনে রাখিতে হইবে, যদি ১২ ইঞ্চ দৈর্ঘ্যে ১ ফুট দৈর্ঘ্য হয়, তাহা হইলে ১ বর্গ ফুটে ঠিক ১৪৪ বর্গ ইঞ্চ অবশ্যই থাকিবে, তাহার কমও নহে তাহার বেশিও নহে । ইহা পরবর্তি চিত্রটি দেখিলেই স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

এই চিত্রে ক খ এবং ক গ যদি এক এক ফুট হয়, তবে ক খ = ১২ ইঞ্চি, এবং ক গ = ১২ ইঞ্চি। এবং অঙ্কিত গ

মত রেখা টানিলে ক খ ঘ গ চতুর্ভুজ ক্ষেত্রে ১২টি সারি থাকিবে, ও প্রত্যেক সারিতে ১২টি ক্ষুদ্র চতুর্ভুজ ক্ষেত্র অর্থাৎ বর্গ ইঞ্চি থাকিবে। সুতরাং সমস্ত ক্ষেত্রে  $১২ \times ১২ = ১৪৪$  বর্গ ইঞ্চি থাকিবে।



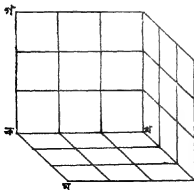
$$\begin{aligned} ১ \text{ একাব} &= ৪০০ = ৪ \times ৪০ \text{ বর্গ পোল} \\ &= ৪ \times ৪০ \times ৩০ = ৩৮৪০ \text{ বর্গ গজ} \\ &= ৪৮৪০ \text{ বর্গ গজ।} \end{aligned}$$

(গ) ঘন মাপ।

১৭২৮ ঘন ইঞ্চি (  $১২ \times ১২ \times ১২$  ) ১ ঘন ফুট,

২৭ ঘন ফুটে

১ ঘন গজ।



এই ক্রমাবলী বহু পার্থক্য চিত্র দৃষ্টে বুঝা যাইবে। মনে কব ক খ = ক গ = ক ঘ = ১ গজ, এবং প্রত্যেক বেধাকে ৩ ভাগে বিভক্ত করিয়া রেখা টান। তাহা হইলে এই ঘন গজেব প্রত্যেক দিকই  $৩ \times ৩$  টি করিয়া বর্গ ফুটে বিভক্ত হইবে, এবং ঘন গজটি  $৩ \times ৩ \times ৩$  বা ২৭ ঘন ফুটে বিভক্ত হইবে।

১১৪। কৌণিক মাপের ক্রমাবলী ।

|                   |             |
|-------------------|-------------|
| ৬০ সেকেন্ডে ( " ) | ১ মিনিট ১'  |
| ৬০ মিনিটে         | ১ ডিগ্রি ১° |
| ৯০ ডিগ্রিতে       | ১ সম কোণ ।  |

১১৫। কাল মাপের ক্রমাবলী ।

(১) বাত্মালার মাপ ।

|            |          |
|------------|----------|
| ৬০ অনুপলে  | ১ বিপল   |
| ৬০ বিপলে   | ১ পল     |
| ৬০ পলে     | ১ দণ্ড   |
| ৭২ দণ্ডে   | ১ প্রহর  |
| ৮ প্রহর বা |          |
| ৬০ দণ্ডে   | ১ দিন    |
| ৭ দিনে     | ১ সপ্তাহ |
| ১৫ দিনে    | ১ পক্ষ   |
| ২ পক্ষে    | ১ মাস    |
| ২ মাসে     | ১ ঋতু    |
| ৬ ঋতুতে    | ১ বৎসব   |
| ১২ বৎসবে   | ১ যুগ ।  |

প্রকৃত পক্ষে মাসের পরিমাণ ৩০ দিন নহে, এবং বৎসবের পরিমাণ ৩৬০ দিন নহে। বৎসবের প্রকৃত পরিমাণ ৩৬৫.২৪২২১৯ দিন। আর প্রতি মাসের পরিমাণ, বাশি চক্রেব মেবাদি দ্বাদশ বাশিব এক এক বাশিতে দৃশ্যতঃ সূর্য্যেব, এবং বলতঃ তদ্বিপবীত বাশিতে পৃথিবীৰ, অবস্থিতি কাল। গণনা করিয়া দেখা গিয়াছে, সেই অবস্থিতি কাল অর্থাৎ মাসের পরিমাণ, কোন কোন মাসে ৩১ দিন ও ১ দিনেব কিঞ্চিৎ অংশ, কোন কোন মাসে ৩০ দিন ও ১ দিনেব কিঞ্চিৎ অংশ, এবং কোন কোন মাসে ২৯ দিন ও ১ দিনেব কিঞ্চিৎ অংশ। এইরূপ পরিমাণ অনুসাবে ঠিক চলিলে, মাসের শেষ দিনেব কিঞ্চিৎকাল পর্য্যন্ত সেই মাস বলিতে হইবে, ও তাহাব পরক্ষণেই তাহাব

পৰবৰ্ত্তী মাস বলিতে হইবে। কিন্তু তাহাতে বড় অসুবিধা হয়, এই স্তম্ভ ব্যবহারে প্রত্যেক মাসের আংশিক শেষ দিন সম্পূর্ণ সেই মাসের দিন বলিয়া গণ্য করা যায়। এবং তাহাতেই কখন পৰবৰ্ত্তী মাসের এক দিন কমিয়া যায়, কখনও নাও যায়, কাৰণ শেষ আংশিক দিনের পৰিমাণ সকল মাসের সমান নহে। আর এই জন্তই বাঙ্গালা হিসাবে মাসের দিনের কমিবাশি হয়। এক বৎসর সামান্যতঃ ৩৬৫ দিনে ধরা যায়।

## (২) ইংলণ্ডের মাপ।

|                    |             |
|--------------------|-------------|
| ৩০ সেপ্টেম্ব ( " ) | ১ মিনিট ১'  |
| ৬০ মিনিটে          | ১ ঘণ্টা ১৫: |
| ২৪ ঘণ্টায়         | ১ দিন       |

ইংবাজি মাসের দিন সংখ্যা এক প্রকার নির্দিষ্ট আছে। যথা,

এপ্রেল, জুন, সেপ্টেম্বর ও নভেম্বর ৩০ দিন,  
ফেব্রুয়ারিতে ২৮ দিন,  
এবং অপর সাত মাসের প্রত্যেকেই ৩১ দিন।  
এই হিসাবে বৎসবে ৩৬৫ দিন হয়।

কিন্তু বৎসরের প্রকৃত পরিমাণ, অর্থাৎ দৃশ্যতঃ সূর্যের অথবা বস্তুতঃ পৃথিবীর বাশি চক্রেব এক স্থান হইতে গমন আবর্ত্ত হইয়া তথায় প্রত্যাগমনের কালের প্রকৃত পরিমাণ, ৩৬৫-২৪২২১২ দিন অর্থাৎ প্রায় ৩৬৫½ দিন। সুতরাং ৩৬৫ দিনে বৎসর গণনা করিলে চারি বৎসবে প্রায় এক দিন কম হয়। এই নূনতা পূরণার্থে প্রতি চতুর্থ বৎসবে ফেব্রুয়ারি মাসের এক দিন অধিক ধরিয়া ঐ মাসে ২৯ দিন ধরা হয়। কিন্তু তাহাতে আবার কিঞ্চিৎ অতিবিক্ত পরিমাণ লগ্না হইল। এবং তাহার ফল যদিও এক বৎসবে ধর্তব্য নহে, অর্থাৎ ৩৬৫-২৫—৩৬৫-২৪২২১২—০০৭৭৮১ দিন মাত্র, কিন্তু ৪০০ বৎসরে তাহা ০০৭৭৮১ × ৪০০ = ৩,১১২৪ দিন অর্থাৎ ৩ দিনের কিঞ্চিৎ অধিক। এই অধিক্য সংশোধনার্থে ৪০০ বৎসবে তিনবার পূর্বোক্ত হিসাবে ফেব্রুয়ারি বহু অতিবিক্ত এক দিন গৃহীত হইবার কথা তাহা বাদ দেওয়া যায়।

যথা, খৃষ্টাব্দেব ২০০০ শাকে কেন্দ্রস্মারিব ২৯ দিন ধৃত হইবে। কিন্তু ২১০০, ২২০০, ২৩০০ এই তিন শাকে যদিও প্রতি চতুর্থ বৎসবে এক দিন অধিক ধবিবাব হিসাবে কেন্দ্রস্মারিব ২৯ দিন হয়, তথাপি ঐ ঐ শাকে ঐ মাসের ২৮ দিন মাত্র ধৃত হইবে, এবং ২৪০০ শাকে আবাব ২৯ দিন ধৃত হইবে।

---

## দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ ।

## লঘুকরণ ।

১১৬। এক জাতীয় এক শ্রেণির অবজিন্ন বাশিকে অপর শ্রেণির রাশিতে পৰিবৰ্ত্তন কৰাব নাম **লঘুকৰণ** ।

লঘুকৰণ বিবিধ, নিম্নগ ও উৰ্দ্ধগ ।

উচ্চ শ্রেণির বাশিকে নিম্ন শ্রেণিতে আনাকে নিম্নগ, এবং নিম্ন শ্রেণির বাশিকে উচ্চ শ্রেণিতে আনাকে উৰ্দ্ধগ, লঘুকৰণ বলা যায় ।

যথা, ৮৮/০ আট টাকা তেৰ আনাকে পরসায় আনা নিম্নগ লঘুকৰণ, এবং ১০০০০ ফুটকে মাইলে আনা উৰ্দ্ধগ লঘুকৰণ ।

## ১১৭। লঘুকৰণের নিয়ম ।

(১) উচ্চ শ্রেণির বাশিকে নিম্ন শ্রেণিতে আনিতে হইলে, নির্দিষ্ট রাশির সর্বোচ্চ শ্রেণির একটি এককে তাহার অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির যতগুলি একক থাকে সেই সংখ্যা দ্বারা সেই সর্বোচ্চ শ্রেণির বাশিকে গুণ কৰ, এবং গুণফলে সেই অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির যে বাশি থাকে তাহা বোগ কর । এষ্ট বোগফল যে শ্রেণির বাশি তাহার একটি এককে তাহার অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির যতগুলি একক থাকে সেই সংখ্যা দ্বারা বোগফলকে গুণ কৰ, এবং গুণফলে শেযোক্ত নিম্ন শ্রেণির বাশি বোগ কৰ । এইরূপে শেষ পর্যন্ত গিয়া শেষ বোগফল যাহা পাইবে তাহাই লঘুকৰণের দল ।

(২) নিম্ন শ্রেণির বাশিকে উচ্চ শ্রেণিতে আনিতে হইলে, সেই শ্রেণির যতগুলি একক তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির একটি এককে থাকে সেই সংখ্যা দ্বারা সেই বাশিকে ভাগ কৰ, ভাগফল সেই অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির বাশি হইবে, এবং ভাগশেষ থাকিলে তাহা তদন্তবিস্তৃত নিম্ন শ্রেণির রাশি হইবে । ভাগফলকে তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির এককে ভাগফলের শ্রেণির যতগুলি একক থাকে সেই সংখ্যা দ্বারা ভাগ কর । এইরূপে শেষ পর্যন্ত চলিবে ।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা বাটবে।

উদাহরণ (১)।  $৮৬/০$  কে পরসার আন।

$$\begin{array}{r} ৮৬/০ \\ ১৬ \\ \hline ১২৮ + ১৩ = ১৪১ \\ \hline ৪ \\ \hline ৫৬৪ \end{array}$$

৮ টাকায়  $৮ \times ১৬ = ১২৮$  আনা। তাহাতে  $৬/০$  আনা যোগ করিলে (  $১২৮ + ১৩$  ) আনা অর্থাৎ ১৪১ আনা হয়। ঐ ১৪১ আনাতে  $১৪১ \times ৪ = ৫৬৪$  পরসার হয়।

উদাহরণ (২)।  $১০০০০$  ফুটকে মাইলে আন।

$$\begin{array}{r} ৩১০০০ \\ ১৭০০ \overline{) ৩৩০০} - ১ \text{ ফুট} \\ \hline ১ \text{ মাইল} - ১৫৭৩ \text{ গজ} \end{array}$$

$১০০০০$  ফুটে  $১০০০০ - ৩$  গজ অর্থাৎ  $৩৩০৩$  গজ ও ১ ফুট, এবং  $৩৩০৩$  গজে  $৩৩০৩ - ১৭৬০$  মাইল অর্থাৎ ১ মাইল ও  $১৫৭৩$  গজ।

$১০০০০$  ফুট = ১ মাইল  $১৫৭০$  গজ ১ ফুট।

## ২১। উদাহরণমালা।

১।  $১২৬/৪$  পাইকে পাইতে, ও  $১০০০$  পাইকে টাকায় আন।

২।  $২১$  পাউণ্ড ২ শিলিং ও পেনিকে পেনিতে, ও  $৫০০$  পেনিকে পাউণ্ডে আন।

৩।  $১$  পাউণ্ড ২ আউন্স ও পেনিওয়েটকে গ্রেনে, ও  $১২৩৪$  গ্রেনকে আউন্সে আন।

৪।  $৩১৬২/০$  একত্রিশ মণ বাত্রশসেব তিন ছটাককে কাছায়, ও  $১০০০$  তোলাকে সেবে আন।

৫। এক বৎসবে কত মিনিট, এবং  $১০০০০$  পলে কত দিন আছে ?



## তৃতীয় পদক্ষেপ ।

## মিশ্রযোগ ।

১১৮। এক জাতীয় ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অবচ্ছিন্ন বাশির যোগ করণকে মিশ্রযোগ বলে।

১১৯। মিশ্রযোগের নিয়ম। যোজ্যগুলি একটিকে নীচে অপবটি এমনভাবে লিখ যাতে প্রত্যেক সন শ্রেণির বাশিগুলি এক সাবিত্ত থাকে। তাহাব পর নিম্নতম শ্রেণির বাশিগুলিকে যোগ করিয়া যোগফল সেই শ্রেণির যন্তগুলি একক তাহাব অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির এবটি এককে থাকে তদ্বাবা ভাগ কর। ভাগশেষ থাকিলে তাতা সেই শ্রেণির নিয়ে লিখ, ও ভাগফল তাহাব ঠিক উপবেব শ্রেণির বাশির সজিত যোগ কর। তাহাব পর সেই যোগফল তাহাব অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির বাশিতে লইয়া যাও। এইরূপে শেষ পর্যন্ত যিহা সম্পূর্ণ যোগফল পাইবে।

এট নিয়মেব হেতু নিয়েব উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাউবে

(১) উদাহরণ।  $৩৬৬৬৬৬, ১০০৮৮, ১০২৬৬৬$  যোগ কর।

$$\begin{array}{r} ৩৬৬৬৬৬ \\ ১০০৮৮ \\ ১০২৬৬৬ \\ \hline ১৪২৭৮৫ \end{array}$$

( $৩+৮+৬$ ) পাই=১৭ পাউ=১ আনা ৫ পাউ। তাহাব ৫ পাউ পাইএব হবে বাথিয়া, ১ আনা আনাব হবে যোগ দেওয়া গেলে ( $১+১৫+২+১১$ ) আনা=৩৬ আনা=২ টাকা ৪ আনা হয়। তাহাব ৪ আনা আনাব হবে বাথিয়া, ২ টাকা অপব টাকায় যোগ দেওয়া গেলে ( $৩+৬+৩+৬$ ) টাকা=১৭ টাকা হয়।

তাহাব ৭ টাকা এককের হবে বাথিয়া ১০ দশকের হবে লইয়া যিহা অবচ্ছিন্ন অথও বাশির যোগের নিয়মে অবশিষ্ট প্রক্রিয়া সমাপ্ত করা হইল।

১ (২) উদাহরণ। ২২ পাউণ্ড ৫ শিলিং ৬ পেন্স—

২৬০৫    "    ১২    "    ১১    "  
৩০৭    "    ২    "    ৫    "

যোগ কর।

| পাউণ্ড, | শিলিং, | পেন্স, |
|---------|--------|--------|
| ১২২     | ৫      | ৬      |
| ২৬০৫    | ১২     | ১১     |
| ৩০৭     | ২      | ৫      |
| ৩০৩৫    | ৭      | ১০     |

(৬+১১+৫) পেন্স = ৩২ পেন্স    শিলিং ১০ পেন্স।

তাহাৰ ১০ পেন্স পেন্সেৰ ঘৰে বাখিৰা ১ শিলিং অপৰ শিলিংএৰ সঙ্গে যোগ দেওৱা গেল।

তাছাতে (১+৫+১২+২) শিলিং = ২৭ শিলিং = ১ পাউণ্ড ৭ শিলিং হয়।

তাহাৰ ৭ শিলিং শিলিংএৰ ঘৰে বাখিৰা ১ পাউণ্ড অপৰ পাউণ্ডেৰ সঙ্গে যোগ দেওৱা গেল।

তাছাতে (১+২+৫+৭) পাউণ্ড = ১৫ পাউণ্ড হয়।

তাহাৰ ৫ পাউণ্ড এককেৰ ঘৰে বাখিৰা ১০ লক্ষকেৰ ঘৰে লইয়া গিয়া অনবচ্ছিন্ন বাশিব যোগেৰ নিয়মে অবশিষ্ট প্রক্রিয়া সমাপ্ত কৰা গেল।

## ২২। উদাহরণমালা ।

১। ১৩৫৮১০ পাউ, ৫৫৬৮/১১ পাউ, ৬৭৮৮৮/২ পাউ, ও ৭৮৯৮৮/৮ পাউ যোগ কব ।

| ২। | পাঃ | শিঃ | পেঃ |          |
|----|-----|-----|-----|----------|
|    | ২০  | ১৯  | ১১  |          |
|    | ১১  | ১৮  | ১০৩ |          |
|    | ২২  | ১৭  | ৯   |          |
|    | ১০  | ১৬  | ৮   | যোগ কব । |

৩। ৩২৮৩/০ ছটাক, ৩৩৮৪৮/০ ছটাক, ৩৪৮৫৮/০ ছটাক, ও ৩৫৮৬৮/০ ছটাক যোগ কব ।

|    |       |       |         |          |
|----|-------|-------|---------|----------|
| ৪। | ৩ গজ  | ২ ফুট | ৭ ইঞ্চ  |          |
|    | ৭ গজ  | ১ ফুট | ৮ ইঞ্চ  |          |
|    | ৯ গজ  | ২ ফুট | ১১ ইঞ্চ |          |
|    | ১১ গজ | ০ ফুট | ৫ ইঞ্চ  | যোগ কব । |

| ৫। | ১৫ বিঘা | ১৬ কাঠা | ১৪ ছটাক, |          |
|----|---------|---------|----------|----------|
|    | ১৬ বিঘা | ১৭ কাঠা | ১০ ছটাক, |          |
|    | ১৭ বিঘা | ১৮ কাঠা | ১২ ছটাক  | যোগ কব । |

## চতুর্থ পদক্ষেপেদ।

### মিশ্র বিয়োগ।

১২০। এক জাতীয় ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অবচ্ছিন্ন বাশির বিয়োগ কবণকে মিশ্র বিয়োগ বলে।

১২১। মিশ্র বিয়োগের নিয়ম।

বিয়োজন বাশির নীচে বিয়োজ্য বাশিকে এমনভাবে লিখ যাতে উভয়ের সম শ্রেণির বাশি একাটির নীচে অপসারিত থাকে। বিয়োজ্যের নিম্নতম শ্রেণির বাশি বিয়োজনের সেই শ্রেণির বাশি হইতে বাদ দিয়া বাহা বাকি থাকে তাহা সেই শ্রেণির নিয়ে লিখ। যদি বিয়োজনের সেই শ্রেণির বাশির পৰিমাণ শূন্য অথবা বিয়োজ্যের বাশি অপেক্ষা ন্যূন হয়, তবে বিয়োজনের বাশিতে তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির একটি এককে সেই শ্রেণির যতগুলি একক থাকে তাহা যোগ করিয়া বিয়োগ ক্রিয়া সম্পন্ন কর, এবং বিয়োগফল ঠিক ব্যাখ্যার নিমিত্ত বিয়োজ্যও তাহার অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণির বাশিতে একটি এক যোগ কর। এইরূপে প্রত্যেক শ্রেণির উপর নীচের বাশির যের বিয়োগফল লিখিত হইলে সম্পূর্ণ বিয়োগফল পাইবে।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ।  $৩৬৯/৬$  পাই হইতে  $১৩৫৩$  পাই বাদ দেও।

$$\begin{array}{r} ৩৬৯/৬ \\ ১৩৫৩ \\ \hline ২২৫/৩ \end{array}$$

(৬-৩) পাই = ৩ পাই, সেই ৩ পাই পাইএর ঘরে লিখিত হইল।  
২ আনা হইতে ১২ আনা বাদ দেওয়া যায় না, সেই জন্য তাহাতে ১ টাকা অর্থাৎ ১৬ আনা যোগ করিয়া (২+১৬) আনা অর্থাৎ ১৮ আনা হইতে ১২ আনা বাদ দিয়া বাকি ৬ আনা আনাব ঘরে লিখিত হইল। এবং বিয়োগফল ঠিক রাখিবার নিমিত্ত বিয়োজ্যের টাকার ঘরে এক টাকা যোগ করিয়া বিয়োগ ক্রিয়া সম্পন্ন হইল। এবং তাহাতেই

$$\{ ৩৬ - ( ১৩ + ১ ) \} = ৩৬ - ১৪ = ২২ \text{ টাকা টাকার ঘরে বসিল।}$$

২৩। উদাহরণমালা ।

- ১।  $১০৮/৮$  পাই হইতে  $৭৯২$  পাই বাদ দেও।
  - ২।  $৮৮৮৮/৫$  পাই হইতে  $৭০৮/৮$  পাউ বাদ দেও।
  - ৩।  $২৬$  পাউণ্ড  $১৪$  শিলিং  $৩৬$  পেন্স হইতে  
 $১৫$  পাউণ্ড  $১৫$  শিলিং  $৬$  পেন্স বাদ দেও।
  - ৪।  $২২/৮$  সেব হইতে  $১৭৮$  সেব বাদ দেও।
  - ৫।  $২২$  ঘণ্টা  $২'$ ,  $৫'$  হইতে  $৬$  ঘণ্টা  $৭'$ ,  $৪''$  বাদ দেও।
-

## পঞ্চম পরিচ্ছেদ ।

### মিশ্র গুণন ।

১২। এক জাতীয় ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অবচ্ছিন্ন বাণিকে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা দ্বারা গুণ কবাব নাম মিশ্র গুণন ।

যখন যথা আবশ্যক যে গুণ্য অবচ্ছিন্ন অথবা অনবচ্ছিন্ন বাণি হইতে পারে, কিন্তু গুণক অবচ্ছিন্ন অনবচ্ছিন্ন বাণি হইবে ।  $e$  কে অথবা  $e$  টাকাকে ৩ দিয়া গুণ কবা যায় । তিন ৩ টাকা দিয়া গুণ কবা যাব না, এবং ৩ টাকা দিয়া গুণ কবাব কোন অর্থ হয় না । কোন বাণিকে ৩ দিয়া গুণ কবাব অর্থ সেই বাণিকে ৩ বাব লগুবা । ৩ টাকা দিয়া গুণ কবাব অর্থ ৩ টাকা বাব লগুবা, কিন্তু শেষোক্ত কথার কোন অর্থ হয় না ।

কোন কোন স্থলে আপাততঃ বোধ হইতে পারে, একটি অবচ্ছিন্ন বাণিকে আর একটি অবচ্ছিন্ন বাণি দ্বারা গুণ কবা হটন, কিন্তু একটু বিবেচনা করিয়া দেখিলেই বুঝা যাইবে বস্তুতঃ তাহা নহে ।

যথা, যদি ৩ টি বালকের প্রত্যেককে  $e$  টাকা দেওয়া যায়, তাহা হইলে মোট  $৩ \times e$  টাকা অর্থাৎ  $১e$  টাকা দেওয়া গেল । কিন্তু এই  $১e$  টাকা  $e$  টাকাকে ৩ বালক দিয়া গুণ কবাব যল নহে, ইহা  $e$  টাকাকে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ৩ দিয়া গুণ কবাব কল ।

আর একটি স্থলেও একটি অবচ্ছিন্ন বাণিকে আর একটি অবচ্ছিন্ন বাণি দ্বারা গুণ কবা হইল এক্ষণ সংশয় উপস্থিত হইতে পারে ।

যথা, কোন ক্ষেত্র দৈর্ঘ্যে ১২ হাত ও প্রস্থে ১০ হাত হইলে তাহার পরিমাণ  $১২ \times ১০$  অর্থাৎ ১২০ বর্গ হাত, এস্থলে আপাততঃ বোধ হইতে পারে ১২ হাত ১২ হাত দিয়া গুণ কবা হইল । কিন্তু বস্তুতঃ তাহা নহে ।

বস্তুতঃ এস্থলে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ১২কে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ১২ দিয়া গুণ কবা হইল, এবং সেই গুণনের ফল যে সংখ্যা হইল তাহা, অর্থাৎ ১৪৪, ক্ষেত্র-তত্ত্বের অলঙ্ঘ্য নিয়ম অনুসারে, ১২ হাত দীর্ঘে ১২ হাত প্রস্থে ক্ষেত্রের অন্তর্গত বর্গ হাতের সংখ্যা জ্ঞাপক হওয়াতে,

“১২ হাত  $\times$  ১২ হাত = ১৪৪ বর্গ হাত” সংক্ষেপে এইরূপ বলা যায় ।

( এ সম্বন্ধে ১১৩ ধারায় অঙ্কিত প্রথম ক্ষেত্র দ্রষ্টব্য ) ।

১২৩। মিশ্র গুণানেন্ন নিয়ম ।

গুণ্যেব নিম্নতম শ্রেণিৰ বাণিৰ নীচে গুণককে লিখ । তাহাৰ পৰ সেই শ্রেণিৰ বাণিকে গুণকেৰ দ্বাৰা গুণ কৰিয়া গুণফলকে লঘুবৰ্ণেৰ দ্বিতীয় নিয়ম (১১৭ ধাৰা দ্রষ্টব্য) অনুসাবে তাহাৰ অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণিতে লইয়া যাও, এবং সেই নিম্নতম শ্রেণিৰ যে পৰিমাণ বাণি অবশিষ্ট থাকে তাহা সেই শ্রেণিতে লিখ ।

উদাহৰণ গুণ্যেৰ তৎপৰেৰ উচ্চ শ্রেণিৰ বাণিকে গুণক দ্বাৰা গুণ কৰিয়া সেই গুণফলে পূৰ্বোক্ত লঘুকৰ্ণেৰ ফল যোগ কৰিয়া যে যোগফল হয় তাহাকে তাহাৰ অব্যবহিত উচ্চ শ্রেণিতে লটয়া যাও, ও অবশিষ্ট দ্বাৰা থাকে সেই শ্রেণিতে লিখ । এইরূপে শেষ পর্যন্ত চলিলে সম্পূর্ণ গুণফল পাওয়া যাইবে ।

এই নিয়মেৰ হেতু নিম্নেৰ উদাহৰণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

উদাহৰণ । ১৬৮৩ পাটিকে ৭ দ্বাৰা গুণ কৰ ।

$$\begin{array}{r} ১৬৮৩ \\ ৭ \\ \hline ১১৮০২ \end{array}$$

কোন মিশ্র বাণিকে কোন সংখ্যা দিয়া গুণ কৰিতে হটলে সেই বাণিৰ প্রত্যেক শ্রেণিৰ সংখ্যাকে তদ্বাৰা গুণ কৰিতে হইবে ।

৩ পাইকে ৭ দিয়া গুণ কৰিয়া ২১ পাই হয়, এবং ২১ পাই  $\rightarrow$  ১ আনা ৯ পাই, অতএব পাইএর ঘবে ৯ পাই বসিল ।

১৫ আনাকে ৭ দিয়া গুণ কবিলে ১০৫ আনা হয়, তাহাতে পাট এবং গুণফলের ১ আনা যোগ কৰিয়া ১০৬ আনা হটল,

এবং ১০৬ আনা = ৬ টাকা ১০ আনা,

অতএব আনাৰ ঘবে ১০ আনা ( ৬০ ) বসিল ।

১৬ টাকা ৭ দিয়া গুণ করিয়া ১১২ টাকা হয়, তাহাতে আনার গুণফলের ৬ টাকা যোগ করিয়া ( ১১২ + ৬ ) টাকা অর্থাৎ ১১৮ টাকা হয়, অতএব টাকার ঘবে ১১৮ বসিল ।

২৪ । উদাহরণমালা ।

- ১। ০০৮৯ পাইকে ৮, ১২, ও ১৬ দিয়া গুণ কব ।
- ২। ২৫৮৬৩ পাইকে ৫, ৬, ও ৮ দিয়া গুণ কব ।
- ৩। ১৫ পাউণ্ড ১০ শিলিং ৬ পেন্সকে ৩ ও ৫ দিয়া গুণ কব ।
- ৪। ২ সপ্তাহ ৫ দিন ১৫ ঘণ্টা ১০' কে ১৫ ও ২০ দিয়া গুণ কব ।
- ৫। ১৭।৫৮৬ ছটাককে ১৫ ও ৩২ দিয়া গুণ কব ।

---



## ষষ্ঠ পরিচ্ছেদ ।

## মিশ্র ভাগ ।

১২৪। এক জাতীয় ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অবচ্ছিন্ন বাণিকে অনবচ্ছিন্ন রাশি দ্বারা অথবা সেই জাতীয় অবচ্ছিন্ন বাণি দ্বারা ভাগ করাকে মিশ্র ভাগ বলে ।

ভাজক অনবচ্ছিন্ন বাণি হইলে ভাগফল অবচ্ছিন্ন রাশি হইবে, এবং ভাজক অবচ্ছিন্ন রাশি হইলে ভাগফল অনবচ্ছিন্ন বাণি হইবে। যথা, ৬ টাকাকে বা ৬০০ আনাকে ৩ দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল ২ টাকা বা ২।০ আনা হইবে, এবং ৬ টাকাকে ২ টাকা দিয়া বা ৬০০ আনাকে ২।০ আনা দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা ৩ হইবে।

## ১২৫। মিশ্র ভাগের নিয়ম ।

## (১) ভাজক অনবচ্ছিন্ন রাশি হইলে

ভাজকের উচ্চতম শ্রেণির বাণিকে অনবচ্ছিন্ন বাণির ভাগের নিয়মানুসারে ভাজক দিয়া ভাগ করিয়া ভাগফল সেই শ্রেণির ধবে লিখ। ভাগ শেষ থাকিলে লঘুকরণের নিয়মানুসারে তাহাকে তাহার অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির বাণিতে আনিয়া ভাজকের সেই শ্রেণির বাণিতে যোগ করিয়া সেই যোগফলকে ভাজক দিয়া ভাগ কর, এবং ভাগফল সেই শ্রেণির বাণির ধবে লিখ। তাহার পর ভাগ শেষ থাকিলে তাহা তাহার অব্যবহিত নিম্ন শ্রেণির বাণিতে লইয়া গিয়া ভাজকের সেই শ্রেণির বাণিতে যোগ করিয়া ভাজক দিয়া পূর্ববৎ ভাগ কর। এইরূপে শেষ শ্রেণি পর্যন্ত গেলে সম্পূর্ণ ভাগফল পাঠবে।

## (২) ভাজক অবচ্ছিন্ন রাশি হইলে

লঘুকরণের নিয়মানুসারে ভাজ্য ও ভাজক উভয়কে এক শ্রেণিতে আনিয়া অনবচ্ছিন্ন সংখ্যান্বয়ের ভাগের নিয়মানুসারে ভাজ্যকে ভাজক দ্বারা ভাগ কর।

এই নিয়মবহের হেতু নিম্নের উদাহরণের দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

১. (১) উদাহরণ। ৩৩৭৬৬/৩ পাঠকে ৭ দ্বারা ভাগ কর।

$$\begin{array}{r}
 ৭ \overline{) ৩৩৭৬৬/৩} \\
 \underline{৪৮-১} \\
 ১ \times ১৬ \\
 \underline{১৬} \\
 ১৫ \\
 ৭, ৩১ \\
 \underline{৪-৩} \\
 ৩ \times ১২ \\
 \underline{৩৬} \\
 ৩ \\
 ৭ \overline{) ৩২} \\
 \underline{৫-৪}
 \end{array}$$

ভাগফল = ৪৮৫ পাঠ, ভাগশেষ ৪ পাঠ

৩৩৭ টাকা - ৭ = ৪৮ টাকা ও ভাগ শেষ ১ টাকা।

১ টাকা = ১৬ আনা, (১৬ + ১৫) আনা = ৩১ আনা।

৩১ আনা - ৭ = ৪ আনা ও ভাগশেষ ৩ আনা।

৩ আনা = ৩ × ১২ পাঠ = ৩৬ পাঠ, (৩৬ + ৩) পাঠ = ৩৯ পাঠ।

৩ পাঠ - ৭ = ৫ পাঠ ও ভাগশেষ ৪ পাঠ।

অতএব ভাগফল - ৪৮৫ পাঠ ও ভাগশেষ ৪ পাঠ।

- (২) উদাহরণ। ১৫ পাঠ ও ১২ শিলিং ৬ পেন্সকে,

৬ পাঠ ও ৬ শিলিং ২ পেন্স দ্বারা ভাগ কর।

$$\begin{aligned}
 ১৫ পাঠ ও ১২ শিঃ ৬ পেঃ &= \{ (১৫ \times ২০ + ১২) \times ১২ + ৬ \} \text{ পেন্স,} \\
 &= ৩৭৫০ \text{ পেন্স।}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 ৬ পাঠ ও ৬ শিঃ ২ পেঃ &= \{ (৬ \times ২০ + ৬) \times ১২ + ২ \} \text{ পেন্স,} \\
 &= ১৪২০ \text{ পেন্স।}
 \end{aligned}$$

$$\text{ভাগফল} = ৩৭৫০ - ১৪২০ = ২৩৩০ \text{।}$$

$$\begin{array}{r}
 ১৪২০ \overline{) ৩৭৫০} (২ \\
 \underline{২৮৪০} \\
 ৯১০
 \end{array}$$

১২৬। মিশ্র ভাগের এক শ্রেণির প্রশ্ন আছে - তাহার একটি উদাহরণ ও তাহার উত্তর নির্ণয়ের প্রণালী নিয়ে দেওয়া গেল।

উদাহরণ। একটি থলিতে কতকগুলি টাকা, তাহার দ্বিগুণ আধুলি, ও তাহার তিন গুণ শিকি আছে। এবং থলিতে মোট ২০৬০ আনা আছে। কতগুলি টাকা কতগুলি আধুলি ও কতগুলি শিকি আছে নির্ণয় কর।

এই প্রশ্ন আর এক ভাবে দেখিলে ইহাব অর্থ এই—১ টাকা + ২ আধুলি + ৩ শিকি অর্থাৎ ছয় টাকা বাব আনা, ছয় শত ছয় টাকা চাবি আনাব মধ্যে কতবার আছে, তাহা প্রথমে নির্ণয় কর। অর্থাৎ ২০৬০ আনাকে ২৫০ আনা দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল কত হয়, তাহা নির্ণয় কর। সেই ভাগফল যত হইবে, থলিতে টাকার সংখ্যা ঠিক তত, আধুলির সংখ্যা তাহার দ্বিগুণ, এবং শিকির সংখ্যা তাহার তিনগুণ।

$$\begin{aligned}\text{অতএব টাকার সংখ্যা} &= ২০৬০ \div ২৫০ = ৮২\frac{২}{৫}, \\ &= ৮২,\end{aligned}$$

$$\text{আধুলির সংখ্যা} = ৮২ \times ২ = ১৬৪,$$

$$\text{শিকির সংখ্যা} = ৮২ \times ৩ = ২৪৬।$$

## ২৫। উদাহরণমালা।

- ১। ৫৬৫০/০ পাইকে ১০, ১২ ও ১৪ দিয়া ভাগ কর।
- ২। ১৫০৮৮ পাইকে ১৫, ১৬ ও ১৮ দিয়া ভাগ কর।
- ৩। ২২৬ পাউণ্ড ১০ শিলিং ৪ পেন্সকে ৭২ ও ৭৫ দিয়া ভাগ কর।
- ৪। ১৭ হান্ডর ২ কোরাটব ১৪ পাউণ্ডকে ২ ও ১২ দিয়া ভাগ কর।
- ৫। ৫২১৬০ আনাকে ৩৬/৭ দিয়া ভাগ কর।
- ৬। ১১১০ কাঠাকে ২৪১ কাঠা দিয়া ভাগ কর।
- ৭। ২২ ঘণ্টা ৫৫'কে ৩ ঘণ্টা ১০' দিয়া ভাগ কর।
- ৮। ১৬ ঘণ্টা ৪০'কে ৩ ঘণ্টা ১৫' দিয়া ভাগ কর।
- ৯। ৪২।০ সেরকে ৮।০ ছটাক দিয়া ভাগ কর।

২৬। বিবিধ প্রশ্নমালা ।

১। এক ব্যক্তির পাওনা আছে এক স্থানে ৩৫০৮০, আর এক স্থানে ১০৭৫৮/০, ও আর এক স্থানে ৭২৫৪/০, এবং তাহার দেনা আছে এক স্থানে ২৩৫১/০, ও আর এক স্থানে ৪৪৫৪/০। সমস্ত পাওনা আদায় করিয়া ও দেনা শোধ করিয়া তাহার কত টাকা ধবে আসিবে ?

২। একটি খলিতে কতকগুলি টাকা, ততগুলি আধুলি, ততগুলি শিকি, এবং ততগুলি ছরানি আছে। খলিতে মোট ১৪০৮/০ আছে। কোন বকমেব কত মুদ্রা আছে নির্ণয় কর।

৩। কোন স্থানে কতকগুলি বাজমজুর কাজ করিতেছে। যতগুলি বাজ তাহার দিগুণ মজুর, এবং বাজের বোজ ৮০, মজুরের বোজ ৮/০। প্রতিদিন বাজ মজুরের বোজ ১৩৮/০ দিতে হয়। কতগুলি বাজ ও কতগুলি মজুর কাজ করে ?

৪। ভাৰতের বাজায় যদি ১০ কোটি টাকা ধবা যায়, এবং তাহা সমস্ত যদি টাকাতে আদায় হয়, তবে তাহার ওজন কত মণ হইবে? এবং প্রতি গাদিতে যদি ১৬ মণ বহন করে, তবে তাহা বহন করিতে কয় খানি গাড়ি আবশ্যক ?

৫। ভাৰতের লোক সংখ্যা যদি ২০ কোটি ধবা যায়, এবং প্রত্যেকে যদি প্রতি মাসে আধসেব লবণ খায়, তবে এক বৎসরে তাহার মোট কত লবণ খাইবে, এবং ৮/০ আনা সেব হিসাবে তাহার মূল্য কত হইবে ?

৬। ভাৰতের লোক সংখ্যা ২০ কোটি ধবিলে প্রত্যেকে যদি ১ পয়সা করিয়া দেয় তবে কত টাকা উঠিবে ?

৭। ভাৰতের পরিমাণ ১৫০০০০০ বর্গ মাইল ধবিলে, ভাৰতে কত বিঘা ছুনি আছে ?

৮। ইংলণ্ড ও ওয়েল্‌সের পরিমাণ ৫৮১১০ বর্গ মাইল ধবিলে ইংলণ্ড ও ওয়েল্‌সে কত বিঘা জমি আছে ?

৯। বোড়ল সুইয়ের যুতার তারিখ ১৭২৩ খৃষ্টাব্দের ২১ জানুয়ারি হইতে গুয়াটাবলুৎ যুদ্ধের তারিখ ১৮১৫ খৃষ্টাব্দের ১৮ই জুন এই দুই তারিখের মধ্যে কতগুলি দিন ছিল ?

১০। একটি ঘড়ি ঘন্টার ঘন্টার বীতিমত বাজে। ১৯১২ খৃষ্টাব্দে সে ঘড়ি কতবার বাজিয়াছে ?

---

## চতুর্থ অধ্যায় ।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ সম্বন্ধে মৌলিক ক্রিয়া ।

প্রথম পদক্ষেপে ।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের লঘুকরণ ও রূপান্তর করণ ।

১২৭। **নিস্ক্রম্য** । অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের লঘুকরণ নিমিত্ত অবচ্ছিন্ন অখণ্ড বাশির লঘুকরণের নিয়ম ( ১১৭ ধারা ) ও অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের গুণন ও ভাগের নিয়ম ( ৭৮ ও ৮০ ধারা ) প্রয়োগই যথেষ্ট, এবং তন্নিমিত্ত কোন বিশেষ নিয়মের প্রয়োজন নাই ।

কি প্রণালীতে কাহা কবিত্তে হইবে তাহা নিম্নের উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

(১) উদাহরণ । ১৫০ আনার  $\frac{২}{৩}$  অংশকে আনার আন ;

$$১৫০ = ( ১৬ + ১০ ) আনা = ২৬ আনা,$$

$$\text{এবং } ২ \times ২৬ আনা = ১২ আনা = ৫০ ।$$

(২) উদাহরণ । ২১০ শিলিংএব ও ভাগকে পাউণ্ডে আন ।

$$২১০ \times ০.০৮ শিলিং = ২১০ \times \frac{১}{১২} শিলিং$$

$$= ৬০ শিলিং$$

$$= ৩ পাউণ্ড ও শিলিং ,$$

১২৮। কোন অবচ্ছিন্ন অখণ্ড বা খণ্ড বাশি সেই ভাতীর অপব একটি অখণ্ড বা খণ্ড বাশির বিরূপ অংশ তাহা নিরূপণ কবিবাব নিয়ম এই—

**নিস্ক্রম্য** । উক্ত বাশিকে এক প্রণিতে আনিয়া প্রথমোক্ত বাশিকে লব স্বরূপ ও দ্বিতীয়োক্ত বাশিকে হব স্বরূপ লইবা যে ভগ্নাংশ হইবে তাহাই প্রসূত উক্তব ।

এই নিয়মেৰ হেতু নিম্নেৰ উদাহৰণৰ বৃষ্টি স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

(১) উদাহৰণ । ১৪/০ এক টাকা নয় আনা ২৫ টাকায় কত অংশ ?

$$১৪/০ = (১৬ + ২) \text{ আনা} = ২৫ \text{ আনা},$$

$$২৫ \text{ টাকা} = ২৫ \times ১৬ \text{ আনা} = ৪০০ \text{ আনা},$$

$$\text{আবশ্যকীয় ভগ্নাংশ} = \frac{২৫}{৪০০} = \frac{১}{১৬} ।$$

(২) উদাহৰণ । ১ পাউণ্ড ১০ শিলিং ২০ পাউণ্ডেৰ কত দশমিক ভগ্নাংশ ?

$$১ \text{ পা: } ১০ \text{ শি:} = (২০ + ১০) \text{ শিলিং} = ৩০ \text{ শি:},$$

$$২০ \text{ পা:} = (২০ \times ২০) \text{ শিলিং} = ৪০০ \text{ শি:} ।$$

$$\text{আবশ্যকীয় দশমিক} = \frac{৩০}{৪০০} = \frac{৩}{৪০} = ০.০৭৫ ।$$

## ২৭ । উদাহরণমালা ।

১। নিম্নেৰ বাৰিঙুলিৰ পৰিমাণ নিৰ্ণয় কৰ—

(১) ৪১/৪ পাউণ্ডেৰ  $\frac{১}{৪}$  অংশ ।

(২) ৪১০ পাউণ্ডেৰ  $\frac{১}{৪}$  অংশ ।

(৩) ২১/৪৪/০ ছটাকেৰ  $\frac{১}{৪}$  অংশ ।

(৪) ৮১২৪০ ছটাকেৰ  $\frac{১}{৪}$  অংশ ।

(৫) ৩ ঘণ্টা ৩২ মিনিটেৰ .৭৫ অংশ ।

২। (১) ১৪/৮ পাউ ১ টাকায় কত ভগ্নাংশ ?

(২) ১৪/০ আনা ৪০ আনায় কত দশমিক ভগ্নাংশ ?

(৩) ১/৮ পাউ ৬৪/০ আনায় কত ভগ্নাংশ ?

(৪) ১/৬ পাউ ১৪/০ আনায় কত দশমিক ভগ্নাংশ ?

(৫) ৩/১২ টকা ৪ গজেৰ কত ভগ্নাংশ ?

## দ্বিতীয় পদক্ষেপেদ।

### অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের যোগ।

১১২। **নিক্ষেপ**। অবচ্ছিন্ন ঋণ বাশি যোগ করিতে হইলে প্রথমে অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের লব্ব ববণের নিষমাত্তসাবে প্রত্যেক যোজ্যের পবিমান নিরূপণ কবিয়া, তাহাব পব সেই পবিমানগুলিকে মিশ্র যোগের নিয়ম অনুসাবে, এবা আবশ্যিক হইলে অনবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ যোগের নিয়মাত্তসাবে, যোগ কবিত্তে হইবে।

এট প্রক্ৰিষাব প্রণালী নিম্নেব উদাহৰণ স্টে স্পষ্ট বুকা ষাটবে।

- (১, উদাহৰণ। ৩ টাকাব  $\frac{১}{২}$  অংশ,  
 ১০ আনাব  $\frac{১}{৫}$  অংশ,  
 ও ১৫০ আনাব  $\frac{১}{১০}$  অংশ,

যোগ কব।

$$\begin{aligned} ৩ টাকাব \frac{১}{২} অংশ &= \frac{১}{২} \times ৩ \times ১৫ আনা = ১৫ আনা, \\ &= ৩১. \dots, \\ ১০ আনাব \frac{১}{৫} অংশ &= \frac{১}{৫} \times ৮ আনা = ১৬ \dots, \\ ১৫০ আনাব \frac{১}{১০} অংশ &= \frac{১}{১০} \times ১৫ আনা = ১৫ \dots, \\ &= ২১ \dots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{যোগফল} &= (৩ + ২ + \frac{১}{৫} + \frac{১}{১০} + \dots) আনা, \\ &= (৫ + \frac{১}{১০}) আনা = (৫ + ২ + \frac{১}{১০}) আনা, \\ &= ৭ আনা + \frac{১}{১০} পাউ = ৭ আনা + ১৫ পাউ = ১৬/১০। \end{aligned}$$

- (২) উদাহৰণ। ১০ পাউ ও ১০ শিলিং এর ০.৪ অংশ,  
 ৬ শিলিং ১ পেন্সের  $\frac{১}{১০}$  অংশ,  
 ১৪ পাউ ও ১ শিলিং ১ পেন্সের  $\frac{১}{১০}$  অংশ,

যোগ কব।



১০ পাউণ্ড ১০ শিলিংএবং ৪ অংশ  $-\frac{3}{4} \times (১০ পাঃ ১০ শিঃ)$

$= ৪ পাঃ ৪ শিঃ,$

৬ শিলিং ২ পেন্সের  $\frac{2}{3}$  অংশ  $-\frac{2}{3} \times (৬ শিঃ ২ পেঃ)$

$= ২ শিঃ ৩ পেঃ,$

১৪ পাঃ ১ শিঃ ২ পেন্সের  $\frac{1}{2}$  অংশ  $= \frac{1}{2} \times (১৪ পাঃ ১৪ পেঃ)$

$= ৭ পাঃ ৭ পেঃ,$

যোগ = ৪ পাউণ্ড ৪ শিলিং ।

+ ০ ২ শিলিং ৩ পেন্স,

+ ৪ পাউণ্ড ০ শিলিং ৪ পেন্স,

$= ৮ পাউণ্ড ৬ শিলিং ৭ পেন্স ।$

## ২৮। উদাহরণমালা ।

নিম্নলিখিত যোগ জিয়ার হল নিরূপণ কর ।

(১)  $\frac{3}{4}$  টাকা +  $\frac{1}{2} \times ১০$  আনা +  $\frac{1}{2} \times ৭$  টাকা ।

(২) ৫ শিলিং + ৩ পাউণ্ড + ৩ ০ শিলিং +  $\frac{1}{2}$  পাউণ্ড ।

(৩) ৩ টাকা + ৪ আনা + ৫  $\times (৬৮০)$  আনা ।

(৪)  $\frac{3}{4} \times ১$  মণ ২ সেব ১৫ ছটাক +  $\frac{1}{2} \times ৩$  মণ +  $\frac{1}{4} \times ৪$  মণ ।

(৫)  $\frac{1}{2} \times ১$  ডিগ্রী ইঞ্চি +  $\frac{1}{4} \times (২' ৩'')$  ইঞ্চি +  $\frac{1}{2} \times (১' ৩'')$  ইঞ্চি ।

## তৃতীয় পরিচ্ছেদ ।

### অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের বিয়োগ ।

১০০। **নিস্ক্রম** । বিযোজন ও বিযোজ্য উভয় বাশির পরিমাণ অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের লঘুকরণেব নিয়মানুসারে নিরূপণ কবিত্তা, মিশ্র বিযোগেব নিয়মানুসারে এবং আবশ্যক হইলে অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ বিযোগেব নিয়মানুসারে, বিয়োগফল নির্ণয় কবিত্তে হইবে ।

এই প্রক্রিয়াব প্রণালী নিম্নেব উদাহরণ দ্বষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

(১) উদাহরণ । ২২ টাকাব  $\frac{৩}{৫}$  অংশ হইতে ১০৮/০ আনাব  $\frac{১}{৫}$  অংশ বিযুক্ত কব ।

$$২২ \text{ টাকাব } \frac{৩}{৫} \text{ অংশ} = \frac{৩}{৫} \times ২২ \text{ টাকা} = ১৩ \text{ টাকা,}$$

$$১০৮/০ \text{ আনাব } \frac{১}{৫} \text{ অংশ} = \frac{১}{৫} \times (১০৮/০) = ২১ \text{ আনা,}$$

$$\text{বিয়োগফল} \quad \quad \quad - ১৩ - ২১ = ১১০ \text{ আনা ।}$$

(২) উদাহরণ । ৪ শিলিংএব  $\frac{১}{৫}$  অংশ হইতে ১ পাউণ্ডেব  $\frac{১}{৫}$  অংশ বাদ দেও ।

$$৪ \text{ শিলিংএব } \frac{১}{৫} \text{ অংশ} = \frac{১}{৫} \times ৪ \text{ শিলিং} = ২ \text{ শিলিং,}$$

$$১ \text{ পাউণ্ডেব } \frac{১}{৫} \text{ অংশ} = \frac{১}{৫} \times ২০ \text{ শিলিং} = ৪ \text{ শিলিং,}$$

$$\text{বিয়োগফল} \quad \quad \quad = (২ - ৪) \text{ শিলিং} = ১৬ \text{ শিলিং ।}$$

### ২১। উদাহরণমালা ।

নিম্নেব বিয়োগফল নিরূপণ কব—

$$১। \quad \frac{৩}{৫} \times ৯৮/০ \text{ আনা} - \frac{১}{৫} \times ১০ \text{ আনা ।}$$

$$২। \quad \frac{৩}{৫} \times ৯৮/০ \text{ আনা} - \frac{১}{৫} \times ২১ \text{ আনা ।}$$

$$৩। \quad ১০ \times ৬ \text{ টাকা} - ২ \times ৫ \text{ টাকা ।}$$

$$৪। \quad ৩ \times ২ \text{ পাউণ্ড} - ৬ \times ৩ \text{ পাউণ্ড ।}$$

$$৫। \quad ৫ \times (৫ \text{ পাউণ্ড } ১০ \text{ শিলিং}) - ১০ \times (১০ \text{ পাউণ্ড } ৫ \text{ শিলিং}) ।$$

## চতুর্থ পরিচ্ছেদ ।

## অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের গুণন ।

১৩১। **মিশ্রসম** । গুণককে অপেক্ষিত ভগ্নাংশের আকারে আনিয়া মিশ্র ভাগের নিয়মানুসারে তাহা হব দ্বারা গুণ্যকে ( আবশ্যক হইলে এক শ্রেণিতে আনিয়া ) ভাগ করিয়া, সেই ভাগফলকে গুণকের লব দ্বারা মিশ্র গুণনের নিয়মানুসারে গুণ করিলে, উষ্ট গুণফল পাটবে ।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

(১) উদাহরণ ।  $\frac{১}{৮}$  টাকা +  $\frac{১}{২}$  আনাকে  $\frac{৩}{৪}$  দিয়া গুণ কর ।

$$\frac{১}{৮} \text{ টাকা} + \frac{১}{২} \text{ আনা} = (\frac{১}{৮} \times ২ + \frac{১}{২}) \text{ আনা}$$

$$= (\frac{১}{৪} + \frac{১}{২}) \text{ আনা}$$

$$= \frac{৩}{৪} \text{ আনা ।}$$

$$\frac{৩}{৪} = \frac{৩৬}{১০০} \text{ ।}$$

$$\text{গুণফল} = (\frac{৩৬}{১০০} \times \frac{৩}{৪}) \text{ আনা}$$

$$= \frac{১০৮}{১০০} \text{ আনা} \quad ৮২ \text{ আনা}$$

$$= ৮ \text{ আনা} \quad ৬ \text{ পাট ।}$$

(২) উদাহরণ ।

৬ পাট ও ৭ শিলিং ৮ পেন্সকে  $\frac{৩}{৪}$  দিয়া গুণ কর ।

কোন রাশিকে কোন ভগ্নাংশ দ্বারা গুণ করার অর্থ এই যে সেই রাশিকে গুণকের লব দ্বারা ভাগ করিয়া সেই ভাগফলকে তাহার লব দ্বারা গুণ করা ।  
[ ৭০ (৫) ও ৭৭ দ্বারা দ্রষ্টব্য ] ইহাই উপরিউক্ত নিয়মের হেতু, এবং ঐ নিয়মানুসারে প্রক্রিয়া এইরূপে হইবে যথা—

| ৬ পাঃ | ৭ শিঃ | ৮ পেঃ |
|-------|-------|-------|
| ২ "   | ২ "   | ৬৬ "  |
|       |       | ২ "   |
| ৪ "   | ৫ "   | ১৩    |

৩০। উদাহরণমালা ।

- ১।  $\frac{3}{4}/\frac{5}{6}$  পাঠকে  $\frac{5}{12}$  ঘাটা গুণ কর ।
- ২।  $\frac{৫৭৯০}{১০}$  পাঠকে  $\frac{১}{১০}$  ঘাটা গুণ কর ।
- ৩।  $\frac{২৫৫৬}{৯}$  পাঠকে  $\frac{৭৫}{৯}$  ঘাটা গুণ কর ।
- ৪। ১ পাউণ্ড ৫ শিলিং ৭ পেন্সকে  $\frac{১}{১০}$  মিটা গুণ কর ।
- ৫।  $\frac{১}{২}$  মণ +  $\frac{১}{৩}$  সেবকে  $\frac{১}{৬}$  ঘাটা গুণ কর ।

-----

পঞ্চম পরিচ্ছেদ ।

অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশের ভাগ ।

১০২। নিম্নোক্ত(১)। যদি ভাজক অবচ্ছিন্ন ভগ্নাংশ হয়, তাহা হইলে তাহাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশে আকারে আনিয়া তাহাব লব দ্বারা ভাজ্যকে ভাগ করিয়া সেই ভাগফলকে ভাজকের হ্রস্ব দ্বারা গুণ করিলে ইষ্ট ভাগফল পাইবে।

নিম্নোক্ত(২)। যদি ভাজ্য ও ভাজক উভয়েই অবচ্ছিন্ন বাশি হয় তাহা হইলে উভয়কেই এক প্রেণিতে আনিয়া অবচ্ছিন্ন ভাগের নিয়মামুসারে ভাগ প্রক্রিয়া সম্পন্ন করিবে।

এই নিয়মের হেতুব নিম্নিত ৭২ এবং ১২৫ দ্বারা উষ্টব্য।

নিম্নে উদাহরণস্বরে এই নিয়মের হেতু স্পষ্ট দেখা যাইবে।

(১) উদাহরণ।  $১০$  পাউণ্ড  $৬$  শিলিং  $৬$  পেন্সকে  $\frac{১}{২}$  দিয়া ভাগ কর।

কোন বাশিকে  $\frac{১}{২}$  এষ্ট ভগ্নাংশের দ্বারা ভাগের অর্থ এই যে সেই ভগ্নাংশের লব দ্বারা তাহাকে ভাগ করিয়া সেই ভাগফলকে তাহাব হ্রস্ব দ্বারা গুণ করা। একথা পূর্বে ৭২ দ্বারায় এক প্রকারে বলা হইয়াছে। সেই কথা আর এক প্রকারে বলা যাইতে পারে, যথা,—এখানে ভাজ্যকে পূর্ণ  $৩$  দিয়া ভাগ করিতে হইবে না তাহাব মাত্র চতুর্থাংশ দিয়া ভাগ করিতে হইবে, সুতরাং  $৩$  দিয়া ভাগ করিলে যে ভাগফল হয় তাহা প্রকৃত ভাগফলের এক চতুর্থাংশ মাত্র এবং সেই ভাগফলকে  $৪$  দিয়া গুণ করিলে তবে প্রকৃত ভাগফল পাওয়া যাইবে।

অতএব প্রক্রিয়া এইরূপ হইবে যথা—

$$\begin{array}{r} ১০ \text{ পা:} \quad ৬ \text{ শি:} \quad ৬ \text{ পে:} \\ \hline ৩ \text{ "} \quad ৮ \text{ "} \quad ১০ \text{ "} \\ \hline \quad \quad \quad ৪ \\ \hline ১৩ \text{ "} \quad ১৫ \text{ "} \quad \dots ৪ \end{array}$$

(২) উদাহরণ।  $\frac{১}{২}$  পাউণ্ড  $+\frac{১}{২}$  শিলিংকে  $\frac{১}{২}$  পেন্স দিয়া ভাগ কর।

$$(\frac{১}{২} \text{ পা:} + \frac{১}{২} \text{ শি:}) - \frac{১}{২} \text{ পে:}$$

$$= ৮\frac{১}{২} \text{ শি:} \div ১৩৩\frac{১}{২} \text{ শি:}$$

$$= \frac{১৬}{২} \div ১৩৩\frac{১}{২} = \frac{১৬}{২} \times \frac{২}{১৩৩\frac{১}{২}} = ১৪৪।$$

৩১ । উদাহরণমালা ।

- ১। ২৫।০ আনাকে ৩০ $\frac{১}{২}$  দিয়া ভাগ কব ।
  - ২। ১৭ $\frac{১}{২}$  টাকাকে ৪।৮০ আনা দিয়া ভাগ কব ।
  - ৩। ১৫।৬'' ইঞ্চিকে ৩ $\frac{১}{২}$  দিয়া ভাগ কব ।
  - ৪। ১২।৮'' ইঞ্চিকে ১০ দিয়া ভাগ কব ।
  - ৫। ১০ পাউণ্ড ১২ শিলিং ১১ পেন্সকে  $\frac{১}{২}$  দিয়া ভাগ কব
-

## পঞ্চম অধ্যায় ।

### সাক্ষেতিক ।

১৩৩। সহজ সঙ্কেতে দ্রব্যাদির মূল্য নিরূপণ প্রক্রিয়াকে সাক্ষেতিক বলে ।

সাক্ষেতিক দ্বিবিধ, সরল, ও মিশ্র ।

যে দ্রব্যের মূল্য নিরূপণ কবিতো হইবে তাহার পরিমাণ যদি এক শ্রেণির বাশি হয় তবে সেই স্থলে সাক্ষেতিককে সরল সাক্ষেতিক বলে, এবং তাহার পরিমাণ যদি ভিন্ন ভিন্ন শ্রেণির অর্থাৎ মিশ্র বাশি হয় তবে সেই স্থলে সাক্ষেতিককে মিশ্র সাক্ষেতিক বলে ।

১৩৪। সাক্ষেতিকের কোন বিশেষ নিয়ম নাই ।

সাক্ষেতিকের প্রক্রিয়া প্রণালী নিম্নের উদাহরণের দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

### সরল সাক্ষেতিক ।

(১) উদাহরণ । যদি ১ মণ দ্রব্যের মূল্য ৯৬ পাঁচ হয় তবে সেইরূপ ৩২৫ মণ দ্রব্যের মূল্য কত হইবে ?

| ৩২৫ টাকা |                           | ১ টাকা দ্রব্যের মূল্য |           |
|----------|---------------------------|-----------------------|-----------|
| ৯৬       | = এক টাকার $\frac{১}{৯৬}$ | ৯৬                    | আনা . . . |
| ১০       | = ৯৬ আনার $\frac{১}{৯৬}$  | ১০                    | পাই . . . |
| ৬ পাই    | = ১০ আনার $\frac{১}{১০}$  | ৬ পাই                 |           |
| ১২২৫৬/৬  |                           | ৯৬                    | ... ..    |

### মিশ্র সাক্ষেতিক ।

(২) উদাহরণ । যদি ১ মণ দ্রব্যের মূল্য ৩৬০ আনা হয় তবে সেইরূপ ১৭৯৬০ পোয়ার মূল্য কত হইবে ?

৩৫০ আনা = ১ মণের মূল্য

১৭

|                               |                       |   |          |       |
|-------------------------------|-----------------------|---|----------|-------|
| ২০ সেব = ১ মণের $\frac{১}{২}$ | ৩৩ ১০ ০               | = | ১৭ ..    | ...   |
| ৮ সেঃ = .. $\frac{১}{২}$      | ১ ১০/০ ০              | = | ২০ সেবের | .     |
| ২ পোঃ = ৮ সেবের $\frac{১}{২}$ | ০ ১০ ০                | = | ৮        | . . . |
| ১ = ২ পোয়াব $\frac{১}{২}$    | ০ ০ ২                 | = | ২ পোয়াব | .     |
|                               | ০ ০ ৪                 | = | ১ পোয়াব |       |
|                               | <hr/>                 |   | <hr/>    |       |
|                               | ৩৩১/০ ১ $\frac{১}{২}$ |   | ১৭৪৮১০০  |       |

উপবেব উদাহরণে দেখা যাইতেছে যে সাক্ষেতিকের প্রক্রিয়া এক প্রকার সজ্জিত মিশ্র গুণন ও মিশ্র ভাগ। তাহার বিশেষ এই যে সেই মিশ্র গুণন ও ভাগ কৌশলে খণ্ডে খণ্ডে সম্পন্ন করা হইয়াছে, এবং সেই গুণফল ও ভাগফল একত্র কবিয়া প্রকৃত মূল্য নির্ণীত হইয়াছে।

উপবেব প্রকরণেব উত্তর সামান্য মিশ্র গুণন ও মিশ্র ভাগের নিয়মানুসারে পাওয়া যাইত। কিন্তু সেই প্রক্রিয়া অপেক্ষাকৃত কষ্টসাধ্য হইত। কৌশলে খণ্ডে খণ্ডে কবিয়া সেই মিশ্র গুণন ও ভাগ ক্রিয়া সম্পন্ন করার প্রক্রিয়া প্রণালী কিরিতঃ সহজ হইল।

সেই কৌশলের মূল কথা এই যে, জব্যেব মূল্যেব অথবা পবিমাণেব ভিন্ন ভিন্ন অংশগুলি ক্রমশঃ একরূপভাবে লওয়া হইয়াছে যে ভগ্নাংশ দ্বারা প্রকাশ কৰিতে হইলে সেই সবল ভগ্নাংশেব লব ১ হয়। তাহার ফল এই যে, প্রত্যেক ভগ্নাংশেব অনুরূপ মূল্য পূৰ্ণ নিরূপিত মূল্যকে সেই ভগ্নাংশেব হবু দ্বারা ভাগ কবিলেই পাওয়া যায়, ভগ্নাংশেব লব ১ হওয়াতে লব দ্বারা গুণ কবিবার প্রয়োজন হয় না।

যথা, উপবেব (২) উদাহরণে ২৮ সেবকে ২০ সেব ও ৮ সেব এই ভাগে বিভক্ত করা হইল, কারণ ২০ সেব =  $\frac{১}{২}$  মণ, ও ৮ সেব =  $\frac{১}{২}$  মণ, সুতরাং ২০ সেবের মূল্য ১ মণের মূল্যকে ২ দ্বারা ভাগ কবিয়া, এবং ৮ সেবের মূল্য ১ মণের মূল্যকে ৫ দ্বারা ভাগ কবিয়া পাওয়া গেল।

কিন্তু ২৮ সেবের মূল্য একভাবে নিরূপণ কবিতে হইলে, যখন ২৮ সেব =  $\frac{১}{২}$  মণ =  $\frac{১}{২}$  মণ, তখন ১ মণের মূল্যেব  $\frac{১}{২}$  অংশ লইতে হইত,



এবং তাহা হইলে ১ মণের মূল্যকে প্রথমে ১০ দিয়া ভাগ করিয়া তাহার পূর্ব সেই ভাগফলকে আবার ৭ দিয়া গুণ করিতে হইত ।

অতএব স্পষ্ট দেখা যাইতেছে, সাঙ্কেতিক প্রণালীতে দ্রব্যের মূল্য নিরূপণার্থে দ্রব্যের প্রচলিত পৰিমাণের, ও মূল্যের প্রচলিত মূদ্রাব, ১ লব বিশিষ্ট ভগ্নাংশাবলী মানস চকুর সম্মুখে থাকা আবশ্যক । সেইরূপ কতকগুলি ভগ্নাংশাবলী নিম্নে লিখিত হইল ।

এক টাকার অংশ ।

- $\frac{1}{2} = ১০$  আট আনা,
- $\frac{1}{3} = ১/৪$  পাঁচ আনা চার পাই,
- $\frac{1}{4} = ১০$  চারি আনা,
- $\frac{1}{5} = ৮$  চাই আনা আট পাই ।

এক আনার অংশ ।

- $\frac{1}{2} = ৬$  পাই,
- $\frac{1}{3} = ৪$  পাট,
- $\frac{1}{4} = ৩$  পাই,
- $\frac{1}{5} = ২$  পাই ।

এক মণের অংশ ।

- $\frac{1}{2} = ১০$  কুড়ি সেব,
- $\frac{1}{3} = ১০$  দশ সেব,
- $\frac{1}{4} = ৮$  আট সেব,
- $\frac{1}{5} = ৮$  পাঁচ সেব ।

১ সেবের অংশ ।

- $\frac{1}{2} = ১০$  দুই পোয়া,
- $\frac{1}{3} = ১০$  এক পোয়া,
- $\frac{1}{4} = ১৬$  তোলা,
- $\frac{1}{5} = ২$  ছটাক ।

এক পাউণ্ডের অংশ ।

- $\frac{1}{2} = ১০$  শিলিং,
- $\frac{1}{3} = ৬$  শিলিং ৮ পেন্স,
- $\frac{1}{4} = ৫$  শিলিং,
- $\frac{1}{5} = ৪$  শিলিং,
- $\frac{1}{6} = ৩$  শিলিং ৪ পেন্স,
- $\frac{1}{7} = ২$  শিলিং ৬ পেন্স ।

১ শিলিংএর অংশ ।

- $\frac{1}{2} = ৬$  পেন্স,
- $\frac{1}{3} = ৪$  পেন্স,
- $\frac{1}{4} = ৩$  পেন্স,
- $\frac{1}{5} = ২$  পেন্স ।

এক হান্ডবের অংশ ।

- $\frac{1}{2} = ২$  কোয়ার্টার,
- $\frac{1}{3} = ১$  কোয়ার্টার,
- $\frac{1}{4} = ১৬$  পাউণ্ড,
- $\frac{1}{5} = ১৪$  পাউণ্ড,
- $\frac{1}{6} = ৮$  পাউণ্ড ।

১ কোয়ার্টারের অংশ ।

- $\frac{1}{2} = ১৪$  পাউণ্ড,
- $\frac{1}{3} = ৭$  পাউণ্ড,
- $\frac{1}{4} = ৪$  পাউণ্ড

১৩৫। নিম্নলিখিত প্রকার প্রেরণের উত্তরও সাহিত্যিক প্রশাশীতে সহজে নিরূপিত হইতে পারে।

(১) প্রশ্ন। এক ব্যক্তি মাসিক ৭ টাকা বেতন পায়। ৩০ দিনে মাস হইলে তাহার দৈনিক বেতন কত ?

$$\text{দৈনিক বেতন} = \frac{৩০}{৩০} \times ৭ \text{ টাকা} = \frac{৩০}{৩০} \times ৭ \text{ টাকা}।$$

$$\frac{৩০}{৩০} \times ৭ \text{ টাকা} = \frac{৩০}{৩০} \times ৬ \text{ টাকা} + \frac{৩০}{৩০} \times ১ \text{ টাকা},$$

$$= ২ \text{ টাকা} + ১/৪ \text{ পাই}।$$

$$\frac{৩০}{৩০} \times ৭ \text{ টাকা} = \frac{৩০}{৩০} \times ২১/৪ \text{ পাই},$$

$$= ৬/৮ \text{ পাই}।$$

(২) প্রশ্ন। একজন গোয়ালী এক গৃহস্থকে প্রত্যহ ৩ সেব ছদ্দেব দেয়। তৎ ১ টাকায় ৫ সেব হইলে যে মাসে ৩১ দিন সে মাসে গোয়ালীর কত পাওনা হইবে ?

$$\text{গোয়ালীর পাওনা} = ৩ \times ৩১ \text{ সেব বা } ২৩ \text{ সেব ছদ্দেব মূল্য}$$

$$= (২০ + ৩) \text{ সেব} \quad \dots \dots।$$

$$২০ \text{ সেব ছদ্দেব মূল্য} = \frac{২}{২} \times ২০ \text{ টাকা}$$

$$= ১৮ \text{ টাকা},$$

$$৩ \quad \quad \quad = \frac{২}{২} \times ৩ \text{ টাকা}$$

$$= ১/৭ \text{ পাই},$$

$$২৩ \quad \dots \dots = ১৮ ১/৭ \text{ পাই}।$$

১৩৬। বঙ্গদেশে প্রচলিত শুভঙ্করী প্রশাশী এক প্রকার সাহিত্যিক প্রশাশী। তবে টাকা, আনা, পণ্ডা ভিন্ন অন্তরূপ মুদ্রায় মূল্য দেওয়া থাকিলে, অথবা মণ, সেব, পোয়া, ছটাক, কাচ্চা ভিন্ন অন্তরূপ ওজন দ্রব্যের পরিমাণ দেওয়া থাকিলে, সে প্রশাশী খাটে না। এবং সেই প্রশাশীতে প্রশ্ন সমাধান করিতে গেলে অনেক এককাবলী কর্তৃক কবিত্তে হয়। অতএব শুভঙ্করী প্রশাশী অভ্যাস কবিত্তে বেক্স শ্রম লাগে তদন্তরূপ ফল পাওয়া যায় না। এই জন্য তাহা এ স্থলে প্রদর্শিত হইল না।

৩২ । উদাহরণমালা ।

১। ২৮/০ আনা বোড়া হইলে ৫০ বোড়া কাগড়ের মূল্য কত ?

২। ৩৮/০ আনা মণ হইলে ৬৪ মণ ত্রব্যের মূল্য কত ?

৩। ১৫ শিলিং ৬ পেন্স একখানি পুস্তকের মূল্য হইলে ৫৫ খানি পুস্তকের মূল্য কত ?

৪। ২ শিলিং ৬ পেন্স কবিয়া পাউণ্ড হইলে ১৫ হান্দব ২ কোয়াটাব ১০ পাউণ্ডের মূল্য কত ?

৫। ১৬৮/০ আনা কবিয়া চিনিব মণ হইলে ৭৮৫ সেবের মূল্য কত ?

— — —

## ষষ্ঠ অধ্যায় ।

অনুপাত, সমানুপাত, ও বিপরিণাম ।

ত্ৰৈাশিক, ঐকিক, ও শৃঙ্খল নিয়ম ।

প্রথম পরিচ্ছেদ ।

অনুপাত, সমানুপাত, ও বিপরিণাম ।

১৩৭। দুইটি অনবচ্ছিন্ন সংখ্যাব বা একজাতীয় অবচ্ছিন্ন বাশিব পৰিমাণেব সম্বন্ধকে **জ্ঞানদেব অনুপাত** বলে। সংখ্যা বা বাশিবকে **অনুপাতেব পদ** বলে, ও প্রথমটিকে **অগ্রপদ** ও দ্বিতীয়টিকে **পশ্চাদ্ পদ** বলে।

প্রথম সংখ্যা বা বাশি দ্বিতীয়টির বতগুণ বা কত ভাগ তদৃষ্টে এই অনুপাত সম্বন্ধ নির্ণীত হয়। স্ততবাং অগ্রপদকে পশ্চাদ্ পদ দ্বাৰা ভাগ কবিলে যে ভাগফল হয় ( অ৭৩ সংখ্যাট হউক বা ভগ্নাংশট হউক ) তাহাট অনুপাতেব পৰিমাণ । ( ৬৯ ধাৰা দ্রষ্টব্য )

অনুপাত লিখিবাব নিয়ম, পদদ্বয়েব মধ্যে : এই চিহ্ন স্থাপন ।

অতএব ৩ ও ৪ এট দুই সংখ্যাব অনুপাত ৩ : ৪ =  $\frac{3}{4}$  ।

এবং ৬    ১০    =  $\frac{6}{10} = \frac{3}{5}$  ,

৪ টাকা    ৬ টাকা    =  $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$  ।

কিন্তু ৪ আনা    ৬ টাকা    এট অনুপাতেব পৰিমাণ  $\frac{4}{6}$  নহে,

তাহা =  $\frac{৪}{৬০০} = \frac{১}{১৫০}$  ।

উপরেব উদাহৰণ হইতে দেখা যাউতেছে অনুপাতেব পদদ্বয় উভয়ই অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা হইতে পাবে, অথবা উভয়ই একজাতীয় অবচ্ছিন্ন বাশি হইতে পাবে, কিন্তু অবচ্ছিন্ন বাশি হইলে তাহাদেব উভয়কে এক শ্রেণিতে আনিয়া অনুপাতেব পরিমাণ নির্ণয় কৰিতে হইবে।

অনুপাতেব গণনয় অনবচ্ছিন্ন বাশিই হউক বা অবচ্ছিন্ন বাশিই হউক, অনুপাতেব পৰিমাণ সৰ্ব্বত্রই অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা হইবে। কাৰণ অনুপাতেয় অগ্রপদ পঞ্চাংগদেব **কতগুণ** বা **কতভাগ** অনুপাতেব **পরিমাণ** কেবল তাহাবই জ্ঞাপক।

১৩৮। যদি কোন দুইটি বাশিব অনুপাত অপৰ দুইটি বাশিব অনুপাতেব সমান হয়, তবে সেই চাৰিটি বাশিতে একটি **সমানুপাত** সংগঠিত হয় বলা যায়, এবং সেই বাশি চতুঃকোণে **সমানুপাতী** বলা যায়।

সমানুপাত লিখিবাব নিয়ম, সমান অনুপাতদ্বয়েব মধ্যে এই চিহ্ন সংস্থাপন।

যথা, ২ : ৪ :: ৩ : ৬, অর্থাৎ  $\frac{2}{4} = \frac{3}{6}$ ।

এবং ৩ : ৪ :: ৬ : ৮, অর্থাৎ  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ ।

৪ : ৪ টাকা :: ৫ : ৫ টাকা, অর্থাৎ  $\frac{4}{4} = \frac{5}{5}$ ।

উপবেব উদাহরণ হইতে দেখা যাইতেছে, সমানুপাতেব অনুপাতদ্বয় উভয়েই অনবচ্ছিন্ন সংখ্যাব অনুপাত রূপে পাবে, অথবা প্রথমটি অনবচ্ছিন্ন সংখ্যাব অনুপাত ও দ্বিতীয়টি একজাতীয় একশ্রেণিব অবচ্ছিন্ন বাশিব অনুপাত, অথবা প্রথমটি এক জাতীয় এক শ্রেণিব অবচ্ছিন্ন বাশিব অনুপাত ও দ্বিতীয়টি আব এক জাতীয় এক শ্রেণিব অবচ্ছিন্ন বাশিব অনুপাত।

১৩৯। চাৰিটি বাশি সমানুপাতী হইলে চতুঃকোণে **চতুর্থ সমানুপাতী** বলে।

তিনটি বাশিতেও সমানুপাত সংগঠিত হইতে পাবে, যদি প্রথম ও দ্বিতীয়েব অনুপাত দ্বিতীয় ও তৃতীয়েব অনুপাতেব সমান হয়।

যথা ৪ : ৬ :: ৬ : ৯, অর্থাৎ  $\frac{4}{6} = \frac{6}{9}$ ।

এরূপ স্থলে দ্বিতীয় বাশিটিকে **মধ্যানুপাতী** ও তৃতীয়টিকে **তৃতীয়ানুপাতী** বলে।

১৪০। যদি চাৰিটি বাশি সমানুপাতী হয় তাহা হইলে, প্রথম ও চতুর্থ বাশির গুণফল দ্বিতীয় ও তৃতীয় বাশির গুণফলের সহিত সমান।

যথা, ৩ ৪ ৬ ৮, এবং  $৩ \times ৮ = ৪ \times ৬$ ।

কাবণ,  $\frac{৩}{৪} = \frac{৬}{৮}$ , অতএব  $\frac{৩}{৪} \times (৪ \times ৮) = \frac{৬}{৮} \times (৪ \times ৮)$ , অথবা  $৩ \times ৮ = ৬ \times ৪$ ।

সাধাবণতঃ, যদি ক খ গ ঘ,

তাহা হইলে  $ক \times ঘ = খ \times গ$ ।

কাবণ,  $\frac{ক}{খ} = \frac{গ}{ঘ}$ , অতএব উভয়কে খ  $\times$  ঘ দিয়া গুণ করিলে

$$\frac{ক}{খ} \times খ \times ঘ = \frac{গ}{ঘ} \times খ \times ঘ, \text{ অথবা } ক \times ঘ = গ \times খ।$$

১৪১। যদি চারিটি সমানুপাতী সংখ্যাব তিনটি জানা থাকে, তাহা হইলে চতুর্থটি উপরের লিখিত নিয়মানুসারে নির্ণীত হইতে পারে।

যথা—৩, ৫, ও ৯ এই তিনটি সংখ্যাব চতুর্থ সমানুপাতী কত? এই প্রশ্নের উত্তর দিতে হইলে মনে কর সেই চতুর্থ সমানুপাতী স। তাহা হইলে

$$৩ \ ৫ \ ৯ \text{ স, অথবা } ৩ \times স = ৫ \times ৯,$$

$$স = \frac{৫ \times ৯}{৩} = ১৫।$$

অথবা প্রশ্ন যদি এইরূপ হইত—

“৩ খানি কাপড়ের মূল্য ৯ টাকা হইলে ঠিক সেইরূপ ৫ খানি কাপড়ের মূল্য কত?” মনে কর—সেই মূল্য স টাকা।

তাহা হইলে ৩ কাপড় ৫ কাপড় ৯ টাকা স টাকা।

$$\text{অথবা } ৩ \times স = ৫ \times ৯।$$

$$স = \frac{৫ \times ৯}{৩} \text{ টাকা} = ১৫ \text{ টাকা।}$$

অথবা প্রশ্নটি আবার এইরূপ হইতে পারিত—“যদি ৩ খানি কাপড়ের মূল্য ৯ টাকা হয় তবে কয়খানি কাপড়ের মূল্য ১৫ টাকা হইবে, অথবা ১৫ টাকায় কয়খানি কাপড় পাওয়া যাইবে?”

মনে কর কাপড়ের সংখ্যা স।

$$\text{তাহা হইলে } ৩ \text{ স } ৯ \text{ ১৫।} \quad স \times ৯ = ৩ \times ১৫,$$

$$স = \frac{৩ \times ১৫}{৯} = ৫ \text{ খানি।}$$

১৪২। উপরেৰ দ্বিতীয় ও তৃতীয় প্ৰশ্নে দেখা গেল দুইটি ভিন্ন ভিন্ন কাপড়ের সংখ্যা এবং সেই সেই সংখ্যক কাপড়ের মূল্য, এই বাশি চতুৰ্থেৰ কোন তিনটি জানা থাকিলে চতুৰ্থটিকে ১৪০ বাৰাব নিয়মানুসাৰে নিৰূপিত কৰা যায়।

আৰ এক শ্ৰেণিৰ সমানুপাতী বাশি আছে, তাহাদেৰ প্ৰথম ও দ্বিতীয় বাশিৰ অনুপাত যে ক্ৰমে লওৱা যায় তৃতীয় ও চতুৰ্থ বাশিৰ অনুপাত তদ্বিপৰীত ক্ৰমে লইলে তৰে তাহাৰা সমানুপাতী হইবে।

যথা, যদি প্ৰশ্ন এই হয়—

কোন একটি কাৰ্য্য ৬ জন লোকে ২৪ দিনে সমাপ্ত কৰিতে পাবে। ৮ জন লোক তাহা কতদিনে সমাপ্ত কৰিতে পাৰিবে ?—

এই প্ৰশ্নেৰ উত্তৰ নিৰ্ণয় কৰিবাব পূৰ্বেই দেখা বাইতেছে লোক সংখ্যা বাড়াইলে সময় কম লাগিবে, লোক হ্ৰাস হইলে দিনেৰ সংখ্যা অৰ্দ্ধেক হইবে, লোক তিন গুণ হইলে দিনেৰ সংখ্যা তিন ভাগেৰ এক ভাগ হইবে, আৰাৰ লোক কম হইলে দিন বেছি লাগিবে, লোক সংখ্যা তিন ভাগেৰ এক ভাগ হইলে দিনেৰ সংখ্যা তিনগুণ হইবে, ইত্যাদি। অতএব যদি প্ৰশ্নেৰ উত্তৰ স দিন মনে কৰা যায়, তাহা হইলে

অনুপাত, ৬ ৮ ২৪ স এইৰূপ না হইয়া

৬ ৮ স ২৪ এইৰূপ হইবে,

অৰ্থাৎ তৃতীয় ও চতুৰ্থ বাশিকে বিপৰীত ক্ৰমে লইতে হইবে।

অতএব  $৮ \times স = ৬ \times ২৪$

$স = \frac{৬ \times ২৪}{৮} = ১৮$  দিন।

১৪০। উপরেৰ লিখিত দ্বিবিধ সমানুপাতী বাশিৰ মধ্যে যাহাৰা প্ৰথমোক্ত মতে সমানুপাতী তাহাদিগকে **সমানুপাতী**, এবং যাহাৰা দ্বিতীয়োক্ত মতে সমানুপাতী তাহাদিগকে **বিপৰীত ক্ৰমে সমানুপাতী** বলে।

১৪৪। উপরেৰ ১৪১ বাৰাব শেষ প্ৰশ্নদেৰ ও ১৪২ বাৰাব প্ৰশ্নেৰ সমাধান হইতে দেখা যায়, একপ অনেক প্ৰশ্ন আছে যাহাতে তিনটি বাশি জানা থাকিলে চতুৰ্থ একটি বাশি জানা বাইতে পাৰ। এইজন্য এই শ্ৰেণিৰ

প্রথমে ত্রৈকোণিক প্রশ্ন, এবং তাহার সমাধান প্রক্রিয়াকে ত্রৈকোণিক প্রক্রিয়া বলে।

১০৫। এই স্থলে নিম্নলিখিত কএকটি কথা মনে রাখা আবশ্যক।

(১) উপবেষ প্রশ্নত্রয়ের সমাধানে দেখা গিয়াছে,

$৫ \times ৯, ৩ \times ১৫$ , এবং  $৬ \times ২৬$ ,

এই তিনটি গুণন ক্রিয়া আছে, এবং তিনটিতেই গুণ্য ও গুণক উভয়ই অবচ্ছিন্ন বাশি। ইহাতে আপাততঃ মনে চটতে পাবে, এখানে অবচ্ছিন্ন বাশিতে অবচ্ছিন্ন বাশিতে গুণন ক্রিয়া হইল, এবং সঙ্গে সঙ্গে সংখ্য উদ্ভিত চটতে পাবে তাহাট বা কিকমে সাল। কিন্তু প্রকৃত পক্ষে গুণ্য ও গুণককে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা মনে করিয়া তাহাদের গুণন ক্রিয়া সম্পন্ন হইয়াছে। এবং তাহাট ১৪০ ধাবাব লিখিত নিয়মের অর্থ। অর্থাৎ যদি চারিটি বাশি সমানুপাতা হয় তবে ( তাহাদিগকে ১৩৭ ধাবা মত সম শ্রেণিতে আনিয়া ) তাহাদের পরিমাণ জ্ঞাপক সংখ্যা চতুষ্টিরকে অনবচ্ছিন্ন সংখ্যা মনে করিয়া, প্রথমটিকে চতুর্থটি ধাবা গুণ করিলে যে গুণফল হইবে তাহা দ্বিতীয় ও তৃতীয়ের গুণফলের সমান।

(২) কোন তিনটি বাশি জানা গাবিলে তাহা হইতে ১৪০ ধাবাব নিয়ম অবলম্বনে অবিজ্ঞাত রাশি নির্ণয় করণে প্রবৃত্ত হইবাব পূর্বে দেখা আবশ্যক, সেই বিজ্ঞাত রাশিত্রয় ও অবিজ্ঞাত রাশি এই চারিটি রাশির মধ্যে সমানুপাত সম্বন্ধ আদৌ আছে কিনা, এবং যদি থাকে তাহা হইলে সে সম্বন্ধ কথাক্রমে আছে কি বিপরীত ক্রমে আছে, কি অন্য কোন নিয়মানুসারে আছে।

নিম্নেব ছয়টি উদাহরণ দৃষ্টে এই কথাগুলির মর্ম স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ (১)। যদি কোন ব্যক্তি ২৫ বৎসব বয়সে কাশীধামে গিয়া তথায় ১০০ টাকা ব্যয় করেন, তবে তিনি ৫০ বৎসব বয়সে পুনরায় তথায় গেলে কত টাকা ব্যয় করিবেন?



মনে কব সেই ব্যক্তি স টাকা ব্যয় কৰিবেন। কিন্তু একথা কখনই  
বলা যায় না যে ২৫ ৫০ ১০০ স,

কাৰণ, তীৰ্থ যাত্ৰাৰ ব্যয়সেৰ সঙ্গত তাঁহাৰ তীৰ্থে ব্যয়েৰ পৰিমাণেৰ কোন  
সমানুপাত সম্বন্ধ নাই।

এস্থলে সমানুপাত সম্বন্ধ না থাকায় ১৪০ ধাবাব নিয়ম খাটিবে না।

উদাহৰণ (২)। যদি ৬ গজ কাপডেৰ মূল্য ১৫ টাকা হয় তবে ১৬ গজ  
কাপডেৰ মূল্য কত হইবে ?

মনে কব ইষ্ট মূল্য স টাকা। এস্থলে বৰ্যাক্রম সমানুপাত সম্বন্ধ বহিৰাছে,

$$৬ \quad ১৬ \quad ১৫ \text{ স,}$$

$$৬ \times \text{স} = ১৬ \times ১৫, \quad \text{স} = \frac{১৬ \times ১৫}{৬} = ৪০ \text{ টাকা।}$$

উদাহৰণ (৩)। যে মূল্যে ৩ টাকা গজ্জৰ ২৪ গজ কাপড পাওয়া যায় সে  
মূল্যে ৪ টাকা গজ্জৰ কত গজ কাপড পাওয়া যাইবে ?

মনে কব ইষ্ট পৰিমাণ স গজ।

এ স্থলে সমানুপাত সম্বন্ধ আছে নাট, কিন্তু তাহা বৰ্যাক্রমে নহে, বিপৰীত  
ক্রমে। কাৰণ কোন নির্দিষ্ট পৰিমাণ মূল্যে কাপডেৰ দৰ যত বেশি হইবে  
কাপডেৰ পৰিমাণ তত কম হইবে, দৰ দিগুণ হইলে, কাপডেৰ পৰিমাণ  
অৰ্দ্ধেক, দৰ তিনগুণ হইলে কাপডেৰ পৰিমাণ তিন ভাগেৰ এক ভাগ হইবে,  
ইত্যাদি।

অতএব কাপডেৰ পৰিমাণেৰ অনুপাত দৰেৰ অনুপাতেৰ বিপৰীত ক্রমে  
লাইতে হইবে।

$$৩ \quad ৪ \quad \text{স} \quad ২৪, \quad ৪ \times \text{স} = ৩ \times ২৪, \quad \text{স} = \frac{৩ \times ২৪}{৪} = ১৮ \text{ গজ।}$$

উদাহৰণ (৪)। যদি ২০ টি আশ্বেৰ মূল্য ২ টাকা হয় তবে ১৫ টি  
আনাৰসেৰ মূল্য কত হইবে ?

মনে কব ইষ্ট মূল্য স টাকা। কিন্তু এস্থলে সমানুপাত সম্বন্ধ নাই, হুতবাং  
একথা কখনই বলা যায় না যে ২০ ১৬ ২ স।

কাৰণ, আশ্বেৰ সংখ্যা ও আনাৰসেৰ সংখ্যা এবং আশ্বেৰ মূল্য ও  
আনাৰসেৰ মূল্যে কিরূপ সম্বন্ধ তাহা জানা যায় নাই। তবে যদি সেই সম্বন্ধ  
কিরূপ তাহা জানা যায় তাহা হইলে শ্রমেৰ উত্তৰ দেওয়া যাইতে পাবে।

যথা, মনে কৰ প্ৰশ্নে এই কথা বলিয়া দেওৱা হইয়াছে যে “একটি আনাবসেব মূল্য ২টি আশ্বেৰ মূল্যৰ সমান”। তাহা হইলে প্ৰশ্নটি এইৰূপে পৰিবৰ্ত্তিত কৰিয়া লওঁ যাটতে পাৰে, যথা,—

যদি ২০টি আশ্বেৰ মূল্য ২ টাকা তৰ তৰে ১৫টি আনাবসেব অথবা ৩০টি আশ্বেৰ মূল্য কত?

এ স্থলে ২০ ৩০ ২ স,

$$২০ \times ২ = ৩০ \times ২, \quad ২ = ৩; ২২ = ৩ টাকা।$$

উদাহৰণ (৫)। যদি মনি অৰ্জাব দ্বাৰা ৫ টাকা পাঠাইতে মান্হল ১০ এক আনা লাগে, তৰে ২৫ টাকা পাঠাইতে কত মান্হল লাগিব?

মনে কৰ মান্হল স আনা।

তাহা হইলে আপাততঃ মনে কইতে পাৰে, ৫ ২৫ ১ স।

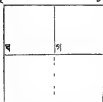
কিন্তু প্ৰকৃত পক্ষে এ সমানুপাত ঠিক নহে, কাৰণ, ডাকঘৰেৰ বৰ্ত্তমান নিয়মানুসাৰে প্ৰেৰিত টাৰাৰ পৰিমাণ ও তাহাৰ মান্হলেৰ পৰিমাণ সমানুপাতী নহে।

উদাহৰণ (৬)। যদি ৮০ হাত দীৰ্ঘ একটি বৰ্গ ক্ষেত্ৰেৰ মূল্য ১০০০০ টাকা, হয় তৰে ১৬০ হাত দীৰ্ঘে সেইৰূপ বৰ্গ ক্ষেত্ৰেৰ মূল্য কত হইবে?

মনে কৰ ষ্টট মূল্য স টাকা।

তাহা হইলে সমানুপাত ৮০ ১৬০ ১০০০০ স এক্সপ হইবে না।

কাৰণ, যদিও ভূমিৰ পৰিমাণ ও মূল্য সমানুপাতী, কিন্তু বৰ্গ ক্ষেত্ৰেৰ  
 ছ চ পৰিমাণ জ্ঞাপক সংখ্যা তাহাৰ দৈৰ্ঘ্য নহে,  
 তাহাৰ দৈৰ্ঘ্যেৰ দ্বিতীয় শক্তি সেই পৰিমাণ  
 জ্ঞাপক। সুতৰাং বৰ্গ ক্ষেত্ৰেৰ দৈৰ্ঘ্য ২ গুণ  
 বৰ্দ্ধিত হইলে তাহাৰ পৰিমাণ  $২ \times ২$  অৰ্থাৎ  
 ৪ গুণ বৰ্দ্ধিত হইবে। ইহা পাৰ্শ্বেৰ অঙ্কিত চিত্ৰ  
 দৃষ্টে স্পষ্ট প্ৰতীয়মান হইবে। ক ও দৈৰ্ঘ্য ক থ  
 ক থ গ ঘ বৰ্গ ক্ষেত্ৰেৰ ২ গুণ হইলে, ক ও চ ছ বৰ্গ ক্ষেত্ৰ  
 ক থ গ ঘ বৰ্গ ক্ষেত্ৰেৰ ২  $\times$  ২ অৰ্থাৎ ৪ গুণ হইতেছে।



অতএব প্রকৃত সমান্তরাত্ত এইরূপ হইবে—

$$৮০ \times ৮০ = ১৬০ \times ১৬০ = ১০০০০ \text{ স}$$

$$৮০ \times ৮০ \times \text{স} = ১৬০ \times ১৬০ \times ১০০০০$$

$$\text{স} = \frac{১৬০ \times ১৬০ \times ১০০০০}{৮০ \times ৮০} = ৪০০০০ \text{ টাকা ।}$$

১৪৬। যদি কোন দুইটি বস্তু একপে সম্বন্ধ কর বে, তাহাদেব একটির যে কোন দুই পরিমাণ অপবটিব তদনুযায়ী পরিমাণদ্বয়ের সঙ্গে যথাক্রমে অথবা বিপরীত ক্রমে সমান্তরাত্ত, তাহা হইলে ঐ বস্তুদ্বয়ে যথাক্রমে অথবা বিপরীত ক্রমে বিপরীণামী বলে।

যথা, দ্রব্য ও মূল্য যথাক্রমে বিপরীণামী। কাবণ, দ্রব্যের পরিমাণ ও তাহার মূল্য যথাক্রমে সমান্তরাত্ত। একটি বিত্তন হইলে অপবটি বিত্তন হইবে, একটি তিনত্তন হইলে অপবটি তিনত্তন হইবে, ইত্যাদি। আবার মূল্যের পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে, দ্রব্যের দ্ব ও পরিমাণ বিপরীতক্রমে বিপরীণামী। কাবণ, দ্রব্যের কোন দুইটি দ্ব ও তদনুযায়ী পরিমাণদ্বয় বিপরীতক্রমে সমান্তরাত্ত। দ্ব বিত্তন হইলে দ্রব্যের পরিমাণ অর্দ্ধেক হইবে, আবার দ্ব অর্দ্ধেক হইলে দ্রব্যের পরিমাণ বিত্তন হইবে, ইত্যাদি।

১৪৭। যে সকল স্থলে একটি বস্তু আর একটির সহিত বিপরীণামী, নিয়ে তাহাৰ মধ্যে কএকটিব উল্লেখ করা গেল।

(১) দ্ব নির্দিষ্ট থাকিলে, দ্রব্যের মূল্য ও দ্রব্যের পরিমাণ যথাক্রমে বিপরীণামী।

(২) মূল্যের মোট পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে, দ্রব্যের দ্ব ও পরিমাণ বিপরীত ক্রমে বিপরীণামী।

(৩) জমি সম কোন চতুর্ভুজ হইলে, এবং দৈর্ঘ্য নির্দিষ্ট থাকিলে, ক্ষেত্র ফল ও প্রস্থ যথা ক্রমে বিপরীণামী।

(৪) জমি সম কোন চতুর্ভুজ হইলে, এবং ক্ষেত্র ফল নির্দিষ্ট থাকিলে, দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ বিপরীতক্রমে বিপরীণামী।

(৫) গতিব পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে, সময় ও দূরত্ব যথাক্রমে বিপরীণামী।

(৬) সময় নির্দিষ্ট থাকিলে, গতিব পরিমাণ ও দূরত্ব যথাক্রমে বিপরীণামী।

•(৭) দ্রব্য নির্দিষ্ট থাকিলে, গতিব পরিমাণ ও সময় বিপরীতক্রমে বিপরিণামী ।

(৮) সময় নির্দিষ্ট থাকিলে, কার্যেব পরিমাণ ও কার্যকবিশক্তিব পরিমাণ যথাক্রমে বিপরিণামী ।

(৯) কার্যকবিশক্তি নির্দিষ্ট থাকিলে, সময় ও কার্য যথাক্রমে বিপরিণামী ।

(১০) কার্যেব পরিমাণ নির্দিষ্ট থাকিলে, কার্যকবিশক্তি ও সময় বিপরীতক্রমে বিপরিণামী ।

(১১) কার্যেব প্রকার নির্দিষ্ট থাকিলে এবং সময় কার্যকবিশক্তিব অস্বভূত বলিয়া লইলে, কার্য ও কার্যকবিশক্তি যথাক্রমে বিপরিণামী ।

এট কএকটি কথাব হেতু সহজেই বুঝা যাইতেছে ।

### ৩৩ । উদাহরণমালা ।

১ । নিম্নলিখিত স্থলে চতুর্থ সমাহুপাতী নির্ণয় কব ।

(১) ১, ২, ৩ ।

(২) ১২, ১৪, ১৬ ।

(৩) ৬০ আনা, ১৭/০ আনা এবং ৫ বিঘা ।

(৪) ৪, ৫, ও ৬ বিঘা ।

(৫) ৬ পাউণ্ড, ৯ পাউণ্ড, ১২ পাউণ্ড ।

২ । নিম্নলিখিত স্থলে তৃতীয় সমাহুপাতী নির্ণয় কব ।

(১) ৫, ১৫ ।

(২) ১০, ১২ ।

(৩) ১৭২৮, ১৪৪ ।

(৪) ১ টাকা ও ১ আনা ।

(৫) ১ পাউণ্ড ও ৫ শিলিং ।

## দ্বিতীয় পৰিচ্ছেদ ।

### ত্ৰৈবাশিক, ঐকিক, ও শৃঙ্খল নিয়ম ।

১৪৮। ত্ৰৈবাশিক গ্ৰন্থ ও ত্ৰৈবাশিক প্রক্রিয়া কিরূপ তাহাব কিঞ্চৎ আভাস ১৪৪ ও ১৪৫ স্বাবান্তে দেওয়া হইয়াছে। এখন ত্ৰৈবাশিক প্রক্রিয়াব সাধাবণ নিয়ম নিয়ে দেওয়া যাইতেছে।

মিশ্রম। অবিজ্ঞাত ইষ্ট বাশিব সংখ্যা মনে কব 'স'। অস্তান্ত রাশিগুলিকে আবদ্ধক মত এক শ্রেণিতে আন। তাহাব পব গ্ৰন্থ পৰ্যালোচনা কবিতা দেখে কোন্ কোন্ রাশি কোন্ রূপক্রমে সমান্তরগাতী, এবং তাহাদেব সমান্তরগাত লিখ। তদনন্তব সেই সমান্তরগাতের প্রথম ও চতুর্থ বাশিব গুণকল ও দ্বিতীয় ও তৃতীয় বাশিব গুণকল লিখিত। তাহাদেব মধ্যে সমতা ব চিহ্ন=লিখ। তাহাব পব বে গুণবলে 'স' নাই তাহাকে অপব গুণবলেব 'স' ভিন্ন অস্তান্ত উৎপাদকেব গুণবল দ্বাৰা ভাগ কব। সেই ভাগবলই 'স' এব পৰিমাণ জানিবে।

এই নিয়ম ও ইহাব হেতু নিয়েব উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। যদি ৩ গজ বেষমি কাপডেব মূল্য ৬৮০ আনা হয়, তবে সেইরূপ ৫ গজ ৯ ইঞ্চ কাপডেব মূল্য কত ?

মনে কব ইষ্ট মূল্য স টাকা।

৬৮০ = ৬৮ টাকা। ৫ গজ ৯ ইঞ্চ = ৫৭ গজ। অতএব [১৪৭ (১) ত্রৈব]।

৩ ৫৭ ৬৮ স, ৩ × স = ৫৭ × ৬৮

$$স = \frac{৫৭ \times ৬৮}{৩} = \frac{২০}{৪} \times \frac{২৭}{৪} \times \frac{১}{৩} = \frac{২০৭}{১৬} \text{ টাকা।}$$

$$= ১২৮ \frac{১}{১৬} \text{ টাকা} = ১২৮৬০।$$

(২) উদাহরণ। যদি ৬ বিঘা ষৈর্যে ও ৩ বিঘা প্রস্থে একটি ক্ষেত্রেব শত ৭ জন লোকে ১৪ ঘণ্টায় কাটিতে পারে, তবে ৮ জন লোকে কয় ঘণ্টায় তাহা কাটিতে পারিবে ?

মনে কব ইষ্ট ঘণ্টার সংখ্যা স।

## ত্রৈশিক, ঐকিক, ও শৃঙ্খল নিয়ম। ১৬৩

তাহা হইলে এ স্থলে কার্য্যেব পৰিমাণ নির্দিষ্ট থাকায় সময় ও কার্য্যকৰি শক্তি বিপৰীতক্রমে বিপৰিণামী। [ ১৪৭ (১০) দ্রষ্টব্য ]

অন্তএব ৭ ৮ স ১৪

$$৮ \times ১৪ = ৭ \times ১৪, \quad ১৪ = \frac{৭ \times ১৪}{৮} \text{ ঘণ্টা} = ১২\frac{১}{২} \text{ ঘণ্টা।}$$

(৩) উদাহরণ। যদি ৬ বিঘা দৈর্ঘ্যে ও ৩ বিঘা প্রস্থে ক্ষেত্রের ফসল ৭ জন লোকে ১৪ ঘণ্টায় কাটিতে পারে, তবে তাহাৰা কত বিঘা ক্ষেত্র ফলেব ফসল ২১ ঘণ্টায় কাটিতে পারিবে?

মনে কব ইষ্ট ক্ষেত্র ফল স বর্গ বিঘা।

তাহা হইলে প্রথম বাবেব কার্য্য (৬×৩) বর্গ বিঘাব অর্থাৎ ১৮ বর্গ বিঘাব ফসল কাটা। এবং কার্য্যকৰি শক্তি এস্থলে নির্দিষ্ট বহিরাছে অর্থাৎ তাহা ৭ জন লোক। অন্তএব সময় ও কার্য্য বথাক্রমে বিপৰিণামী।

$$১৮ \text{ স } ১৪ \text{ ২১,}$$

$$১৪ \times ১৪ = ১৮ \times ২১, \quad ১৪ = \frac{১৮ \times ২১}{১৪} \text{ বর্গ বিঘা} = ২৭ \text{ বর্গ বিঘা।}$$

(৪) উদাহরণ। উপবেব উদাহরণে যদি দ্বিতীয় ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ২ বিঘা হয় তবে তাহাৰ প্রস্থ কত?

মনে কব ইষ্ট প্রস্থ স বিঘা।

তাহা হইলে প্রথম কার্য্যেব পৰিমাণ ৩×৬ বর্গ বিঘাব শক্ত কর্তন, দ্বিতীয় কার্য্যেব পৰিমাণ ২×স বর্গ বিঘাব শক্ত কর্তন।

$$\text{অন্তএব } ৩ \times ৬ \text{ ২} \times \text{স } ১৪ \text{ ২১,}$$

$$২ \times \text{স} \times ১৪ = ৩ \times ৬ \times ২১।$$

$$\text{স} = \frac{৩ \times ৬ \times ২১}{২} = ১৫.৭৫ = ১৫ \text{ বিঘা।}$$

(৫) উদাহরণ। একটি ঘড়ি সোমবার আপরাহ্ন ১ টাব সময় ঠিক কবিয়া দেওয়া হয়। তৎপরে মঙ্গলবারে বাজি ১০ টাব সময় দেখা গেল সে ঘড়িতে ঠিক সময় অপেক্ষা ৩' বেশি হইয়াছে। যদি এই নিয়মে ঘড়িটি বেশি চলে, তবে তৎপরের শনিবার সকালে ৬ টাব সময় সেই ঘড়িতে কত সময় হইবে?

মনে কর  $s$  মিনিট বেশি হইবে। সোমবার অপরাহ্ন ১ টা হইতে মঙ্গলবার সন্ধ্যা ১০ পর্যন্ত (২৪+২) ঘণ্টা অর্থাৎ ৩০ ঘণ্টা। এবং সোমবার অপরাহ্ন ১ টা হইতে শনিবার সকালে ৬ টা পর্যন্ত (৪×২৪+১৭) ঘণ্টা অর্থাৎ ১১০ ঘণ্টা। আব ঘড়ির গতি ৩০ ঘণ্টায় ৩' অধিক ও ১১০ ঘণ্টায়  $s$  মিনিট অধিক।

$$৩০ \times ১১০ = ৩৩০০ \text{ স,}$$

$$৩০ \times s = ১১০ \times ৩, \quad s = \frac{১১০ \times ৩}{৩০} = ১১ \text{ মিনিট।}$$

(৬) উদাহরণ। সাড়ে দশটার সময় ঘড়ির কাঁটার মধ্যে কত মিনিটের ঘব ব্যবধান? এবং দশটার পব ও এগাবটার পূর্বে কাঁটা দুইটি কখন টিক বিশ্রীত দিকে থাকিবে?

এই প্রশ্নের প্রথম ভাগের উত্তর অগ্রে স্থির করা যাউক।

ঘড়িতে ৬০ টি মিনিটের ঘব আছে।

এক ঘণ্টায় মিনিটের কাঁটা সেই সমস্ত ৬০ ঘব চলে,

এবং ঘণ্টার কাঁটা তাহাব ৫ ঘব মাত্র চলে।

মিনিটের কাঁটার গতি ঘণ্টার কাঁটা গতি ৬০ ৫ ১২ ১।

দশটার সময় মিনিটের কাঁটা ১২ দাগে ও ঘণ্টার কাঁটা ১০ দাগে ছিল, এবং তাহাদের ব্যবধান ১০ মিনিটের ঘব ছিল।

সাড়ে দশটার সময় মিনিটের কাঁটা ১২ দাগ হইতে ৩০ মিনিটের ঘব গিয়াছে।

এবং মনে কব সেই সময় ঘণ্টার কাঁটা ১২ দাগের দিকে  $s$  মিনিটের ঘব গিয়াছে।

তাহা হইলে তাহাদের ব্যবধান =  $(১০ - s + ৩০)$  মিনিটের ঘব।

সুতরাং  $s$  এর পরিমাণ জানা গেলেই প্রশ্নের উত্তর পাওয়া গেল।

দেখা যাইতেছে,

$$৩০ \text{ স } \quad ১২ \text{ ১,} \quad s \times ১২ = ৩০ \times ১,$$

$$\therefore s = \frac{৩০}{১২} = ২\frac{১}{২}।$$

অতএব কাঁটা দুইটির ব্যবধান =  $১০ - ২\frac{১}{২} + ৩০ = ৩৭\frac{১}{২}$  মিনিটের ঘব।

এক্ষণে প্রশ্নের দ্বিতীয় ভাগের উত্তর স্থির করা যাউক।

মনে কর ঘণ্টার পর স মিনিট পরে কাঁটা দুইটি ঠিক বিপরীত দিকে আছে।

প্রশ্নের প্রথম ভাগের সমাধানে দেখা গিয়াছে,

ঘণ্টার কাঁটার গতি =  $\frac{1}{2}$  × মিনিটের কাঁটার গতি ।

এবং স মিনিটে মিনিটের কাঁটা ১২ দাগ হইতে স মিনিটের ঘব গিয়াছে ।

সুতরাং স মিনিটে ঘণ্টার কাঁটা ১২ দাগের দিকে  $\frac{1}{2}$  × স মিনিটের ঘব গিয়াছে ।

অতএব দুইটি কাঁটার ব্যবধান =  $(১০ - \frac{1}{2} \times স + স)$  মিনিটের ঘর ।

কিন্তু কাঁটা দুইটি বিপরীত দিকে আছে,

অতএব তাহাদের ব্যবধান = ৩০ মিনিটের ঘব ।

$$১০ + স - \frac{1}{2} \times স = ৩০, \text{ অর্থাৎ } ১০ + \frac{1}{2} \times স = ৩০,$$

$$\frac{1}{2} \times স = ৩০ - ১০ = ২০,$$

$$স = ২০ \times \frac{2}{1} = \frac{40}{1} = ৪০ \text{ মিনিট ।}$$

১৪৯। উপরে ১৪৮ ধাবাব (২) উদাহরণে ৭ জন লোক, ৮ জন লোক, ১৪ ঘণ্টা সময় ও স ঘণ্টা সময় এই চারটি বাশি লইয়াই সমাধিপাত লেখা হইয়াছে, এবং ক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ ৬ বিঘা ও ৩ বিঘা এই দুইটি বাশি প্রশ্ন সমাধান প্রক্রিয়াতে আমোঁ আইসে নাই। তাহাব কারণ এই যে, ক্ষেত্রটি প্রশ্নের উত্তর ভাগেই একই। সেটরূপ (৩) ও (৪) উদাহরণে ৭ জন লোক এই বাশিটির প্রশ্ন সমাধান প্রক্রিয়াতে কোন উল্লেখের প্রয়োজন হয় নাই। কিন্তু ঐ প্রশ্নের এরূপ ভাব ধাবণ করিতে পাবিত বাহাতে উক্ত অন্তর্নিহিত বাশিগুলির উল্লেখ প্রশ্ন সমাধান প্রক্রিয়াতে আবশ্যক হয়।

যথা,—উক্ত ধাবাব (২) উদাহরণটি নিম্নের (১) উদাহরণ স্বরূপ হইতে পাবিত—

(১) উদাহরণ। যদি ৬ বিঘা দৈর্ঘ্যে ৩ বিঘা প্রস্থে একটি ক্ষেত্রের শত ৭ জন লোকে ১৪ ঘণ্টার কাটিতে পাবে, তবে ২ বিঘা দৈর্ঘ্যে ৩ বিঘা প্রস্থে আব একটি ক্ষেত্রের সেইরূপ শত ১৪ জন লোকে কত ঘণ্টার কাটিতে পারিবে ?

মনে কর ইষ্ট ঘণ্টার সংখ্যা স ।

তাহা হইলে প্রথম কার্যটি,  $(৬ \times ৩)$  বর্গ বিঘার শত কর্তন,

দ্বিতীয় কার্যটি,  $(২ \times ৩)$  বর্গ বিঘার শত কর্তন,



প্রথম কার্যকরিতা শক্তি, ৭ জন লোক,  
 দ্বিতীয় কার্যকরিতা শক্তি, ১৪ জন লোক,  
 প্রথম সময়, ১৪ ঘণ্টা,  
 দ্বিতীয় সময়, ৮ ঘণ্টা ।

এ স্থলে আপাতত মনে হয় এই বাশিঙলি লইয়া একটি সমাহুপাত হইতে পাবে না, দুইটি সমাহুপাত হইতে পারে। তাহাই হউক, এবং মনে কর প্রথমে কার্যকরিতা একই আছে, অর্থাৎ উভয় স্থলেই ৭ জন লোক আছে। তাহা হইলে যদি  $s_1$ , এই প্রপ্নের উষ্ট সময় হয়, প্রথম সমাহুপাত এইরূপ হইবে—

$$\begin{aligned} ৬ \times ৩ \times ১৪ \text{ স}, \\ ৬ \times ৩ \times s_1, &= ৬ \times ৩ \times ১৪, \\ s_1 &= \frac{৬ \times ৩ \times ১৪}{৬ \times ৩} = ১৪ \text{ ঘণ্টা}। \end{aligned}$$

অর্থাৎ ৭ জন লোকে ১৪ ঘণ্টার দ্বিতীয় ক্ষেত্রেব শক্ত কাটিতে পারিবে। এই বাব দেখা যাউক ১৪ জন লোকে এই দ্বিতীয় ক্ষেত্রেব শক্ত কত ঘণ্টার কাটিতে পারিবে।

উষ্ট ঘণ্টার সংখ্যা  $s$  ধরা হইয়াছে। অতএব সমাহুপাত এইরূপ হইবে—  
 $৭ \times ১৪ \text{ স} \times ১৪, \quad ১৪ \times s = ৭ \times ১৪, \quad s = \frac{৭ \times ১৪}{১৪} = ৭ \text{ ঘণ্টা}।$

উপরে ত্রৈবাশিক প্রক্রিয়া দুইবার করিতে হইল এইজন্য এরূপ প্রপ্নকে কখন কখন **ত্রৈবাশিক প্রক্রিয়া** প্রপ্ন বলে। এবং ইহাতে তিনটি অপেক্ষা অধিক বিস্তারিত বাশি আছে, সেইজন্য এরূপ প্রপ্নকে কখন কখন **ত্রৈবাশিক প্রক্রিয়া** প্রপ্নও বলে। কিন্তু বাস্তবিক উপবেব প্রপ্নটির সমাধান একটি ত্রৈবাশিক প্রক্রিয়ায় দ্বারা অর্থাৎ একটি সমাহুপাত সংস্থাপন দ্বারা হইতে পারে। তবে সময়কে কার্যকরিতার অন্তর্ভুক্ত বলিয়া লইতে হইবে। অর্থাৎ প্রথম কার্যকরিতা কেবল ৭ জন লোক নহে, তাহা  $৭ \times ১৪$  জন লোক ১ ঘণ্টা নিযুক্ত থাকা, অথবা  $৭ \times ১৪$  ঘণ্টা ১ জন লোক নিযুক্ত থাকা। এবং দ্বিতীয় কার্যকরিতা কেবল ১৪ জন লোক নহে, তাহা  $১৪ \times s$  জন লোক ১ ঘণ্টা নিযুক্ত থাকা, অথবা  $১৪ \times s$  ঘণ্টা ১ জন লোক নিযুক্ত থাকা।

এবং প্রথম কার্য (৬×৩) বর্গ বিধার শক্ত কর্তন,  
দ্বিতীয় কার্য (২×৩) বর্গ বিধার শক্ত কর্তন।

অতএব ১৪৭ (১১) ধারা অনুসারে—

$$৬ \times ৩ \quad ২ \times ৩ \quad ৭ \times ১৪ \quad ১৪ \times ১৪,$$

$$৬ \times ৭ \times ১৪ \times ১৪ = ৯৮০ \times ৭ \times ১৪,$$

$$১৪ = \frac{৯৮০ \times ৭ \times ১৪}{১৪} = ৯৮০ \text{ ঘণ্টা} = ১০২ \text{ ঘণ্টা}।$$

(২) উদাহরণ। যদি ১০ জন বাজ ৯ দিনে প্রত্যাহ ৮ ঘণ্টা কার্য করিয়া ৪৮ ফুট লম্বা ১০ ফুট উচ্চ ২ ফুট চওড়া প্রাচীর নির্মাণ করিতে পারে, তবে কয়জন বাজ ১০ দিনে প্রত্যাহ ৬ ঘণ্টা কার্য করিয়া ৬০ ফুট লম্বা ১২ ফুট উচ্চ ৩ ফুট চওড়া প্রাচীর প্রস্তুত করিতে পারিবে?

মনে কর ইষ্ট সংখ্যা স জন।

তাহা হইলে প্রথম কার্য  $৪৮ \times ১০ \times ৮$  ঘন ফুট গাণুনি,

দ্বিতীয় কার্য  $৬০ \times ১২ \times ৩$  ঘন ফুট গাণুনি।

প্রথম কার্যকরিশক্তি  $১০ \times ৯ \times ৮$  জন লোক,

দ্বিতীয়  $স \times ১০ \times ৬$  জন লোক।

$$\text{অতএব } ৪৮ \times ১০ \times ৮ \quad ৬০ \times ১২ \times ৩ \quad ১০ \times ৯ \times ৮ \quad স \times ১০ \times ৬,$$

$$৪৮ \times ১০ \times ৮ \times ১০ \times ৬ \times স = ৬০ \times ১২ \times ৩ \times ১০ \times ৯ \times ৮,$$

$$স = \frac{৬০ \times ১২ \times ৩ \times ১০ \times ৯ \times ৮}{৪৮ \times ১০ \times ৮} = ২৭ \text{ জন}।$$

১৫০। উপরেব ১৪৮ ধারাব (১) উদাহরণেব উত্তর আর এক প্রকারে নির্ণয় করা যাইতে পারে। যথা—

$$\text{যদি ৩ গজ কাপড়ের মূল্য} = ৬৫০ \text{ টকা,}$$

$$\text{তবে } ১ \dots \dots \dots = ৬৫০ \div ৩ = ২১০,$$

$$\text{এবং } ৫ \dots ২ \text{ ইঞ্চি অর্থাৎ } ৫ \frac{২}{৩} \text{ গজের মূল্য} = ২১০ \times ৫ \frac{২}{৩} = ২১০ \times ৫ \frac{২}{৩}$$

$$= ২১০ \times \frac{১৬}{৩} = ১১২০$$

$$= ১২২ \frac{২}{৩} \text{ টাকা} = ১২২০।$$

অর্থাৎ যে শ্রেণির অনেক সংখ্যক বাশির মূল্য দেওয়া আছে সেই শ্রেণির একটি বাশির মূল্য মিশ্র বিভাগদ্বারা নির্ণয় করিবার পরে যে পরিমাণ

ত্রয়ের মূল্য নির্ণয় কবিত্তে হইবে সেই পরিমাণ জ্ঞাপক সংখ্যা দ্বাৰা সেই নির্ণীত এককটি ত্রয়ের মূল্যের গুণ করিলে, ইষ্ট মূল্য পাওয়া যাইবে ।

এই ক্ষণ্ড এই প্রক্রিয়াকে **ত্রিকিক নিস্ত্রম** বলে ।

ত্রৈবশিক প্রণেব অনেক স্থলে অতি সহজে এই নিয়মে সমাধান হইতে পাবে । কিন্তু সকল স্থলে নহে ।

১৫১। আৰ এক শ্রেণির প্রণ আছে বাহাব সমাধান ত্রিকিক নিয়মেব বারংবার প্রয়োগ দ্বাৰা হইতে পাবে । যথা—

উদাহরণ । যদি ১০টি হাতিব মূল্য ১১৭টি ঘোড়াব মূল্যের সমান হয়, এবং ৫৪টি ঘোড়াব মূল্য ৭৮টি গরুর মূল্যের সমান হয়, তবে ৯১টি গরুর মূল্য কয়টি হাতিব মূল্যের সমান ?

মনে কর ইষ্ট সংখ্যা অর্থাৎ হাতিব সংখ্যা  $s$  ।

তাহা হইলে ১০ হাতিব মূল্য = ১১৭ ঘোড়াব মূল্য,

৫৪ ঘোড়াব মূল্য = ৭৮ গরুর মূল্য,

৯১ গরুর মূল্য =  $s$  হাতিব মূল্য ।

$$\begin{aligned} \therefore ৯১ \text{ গরুর মূল্য} &= ৯১ \times ১ \text{ গরুর মূল্য} = ৯১ \times \frac{৫৪}{৭৮} \text{ ঘোড়াব মূল্য} \\ &= \frac{৯১ \times ৫৪}{৭৮} \times ১ \text{ ঘোড়াব মূল্য} \\ &= \frac{৯১ \times ৫৪}{৭৮} \times \frac{১০}{১১৭} \text{ হাতিব মূল্য} \\ &= \frac{৯১ \times ৫৪ \times ১০}{৭৮ \times ১১৭} \text{ হাতিব মূল্য} \\ &= ৭ \text{ হাতিব মূল্য} । \end{aligned}$$

$$s = ৭ ।$$

বাশিগুলি পৰ পর শৃঙ্খলা মত লিখিত থাকার এই নিয়মকে **শৃঙ্খল নিস্ত্রম** বলে ।

প্রক্রিয়ার নিস্ত্রম সংক্ষেপে এই । ইষ্ট সংখ্যা  $s$  লিখিয়া সমীকরণগুলি অর্থাৎ সমিত বাশিব সাক্ষেতিক লিপিগুলি যথা নিয়মে পৰ পৰ লিখিবে, এবং যেনিকে  $s$  নাই সেই দিকের সংখ্যাগুলিব গুণফলকে যেনিকে  $s$  আছে সেই দিকের  $s$  ভিন্ন সংখ্যাগুলিব গুণফল দ্বাৰা ভাগ কবিবে । সেই ভাগফল ইষ্ট সংখ্যা ।

এই নিয়মেব হেতু উপরেব উদাহরণে স্পষ্ট দেখা যাইতেছে ।

৩৪ । উদাহরণমালা ।

১। যদি ১৬ গজ কাপড়ের মূল্য ১৫ টাকা হয়, তবে ২০ গজের মূল্য কত ?

২। যদি ২৮ মণ চাউলের মূল্য ২১৮/০ আনা হয়, তবে ৫২০ আনার কত চাউল পাওয়া যাইবে ?

৩। যদি ১৬ হান্দার চিনি ১০ পাউণ্ড ১৬ শিলিংএ পাওয়া যায়, তবে ২৬ পাউণ্ডে কত চিনি পাওয়া যাইবে ?

৪। যদি ১ আউন্স কুটনাইনের মূল্য ৫ টাকা হয়, তবে ৩ ড্রামের মূল্য কত ?

৫। যদি ৫ তোলা কপাৰ মূল্য ৩৮০ হয়, তবে ১ সেৰ কপাৰ মূল্য কত ?

৬। কোন ব্যক্তি প্রতি টাকায় ৫ পাই হিসাবে আরেব টেক্স দিয়া মাসিক ৩২/০ আনা টেক্স দেন। তাঁহার মাসিক আয় কত ?

৭। কোন ব্যক্তি প্রতি পাউণ্ডে ৭ পেন্স হিসাবে আরেব টেক্স দিয়া বৎসবে ১৭ পাউণ্ড ১০ শিলিং টেক্স দেন। তাঁহার বাৎসবিক আয় কত ?

৮। একজন ইনসল্ভেন্ট দেনদাৰেব মোট সম্পত্তি ২৪০০০ টাকা, এবং তাহা হইতে তাঁহার পাওনাধাৰেব প্রতি টাকায় ৮/০ আনা দিতে পাবেন। তাঁহার দেনাৰ পৰিমাণ কত ?

৯। একজন ইনসল্ভেন্ট দেনদাৰেব মোট সম্পত্তিৰ মূল্য ১৫৩১২৥০ আনা এবং তাঁহার দেনা ৩৫০০০ টাকা। তাঁহার পাওনাধাৰেব টাকায় কত কবিতা পাইবে ?

১০। ৫ জন বালকের মাহিনা ৩ জন মানুষেব মাহিনাৰ সমান। একজন মানুষেব মাহিনা যদি ১০ টাকা হয়, তবে ১ জন বালকেব মাহিনা কত ?

১১। যদি ৬ জন মানুষেব মাহিনা ১০ জন বালকেব মাহিনাৰ সমান হয়, এবং একজন মানুষেব দৈনিক বেতন যদি ৮/০ আনা হয়, তবে ১৫ জন বালকেব ১ সপ্তাহেব বেতন কত হইবে ?

১২। যদি বৃত্তেব ক্ষেত্র ফল ব্যাসাচ্ছেব দ্বিতীয় শক্তির যথাক্রমে বিপরীণামী হয়, এবং যদি ৬ ফুট ব্যাসেব বৃত্তেব ক্ষেত্র ফল ২৮০২৭ বর্গ ফুট হয়, তবে ৮ ফুট ব্যাসেব বৃত্তেব ক্ষেত্র ফল কত ?

১৩। যদি দৈর্ঘ্যে ৪০ কাঠা প্রস্থে ৩০ কাঠা সমকোণী চতুর্ভুজ ক্ষেত্রের মূল্য ১৫০০ টাকা হয়, তবে আবার এক খণ্ড ঐরূপ ভূমি যাহার দৈর্ঘ্য উক্ত দৈর্ঘ্যের ৫ গুণ ও প্রস্থ উক্ত প্রস্থের ৩ গুণ তাহার মূল্য কত হইবে ?

১৪। যদি ৩ জন মানুষ অথবা ৫ জন বালক এক সপ্তাহে ৬৮/১০ আনা উপার্জন কবে, তবে ৫ জন মানুষ ও ৩ জন বালকে এক বৎসরে কত উপার্জন করিবে ?

( ১ বৎসর = ৫২ সপ্তাহ । )

১৫। ক ও খ কে ১৬০০ টাকা এইরূপে ভাগ করিবা যেও যে তাহাদের অংশের অনুপাত ৩ : ৫ হয় ।

১৬। থাকাবস্তের নকসায় ১৬ ইঞ্চিতে ১ মাইল । তাহা হইলে কত ইঞ্চিতে ১ বিঘা এবং ১ ইঞ্চিতে কত বিঘা ?

১৭। একটি ঘড়ি সোমবার বাত্রি ৮ টার সময় ঠিক করিয়া দেওয়া হয়, এবং তাহার পর, বুধবার অপরাহ্ন ১ টার সময় দেখা গেল তাহা ৩' বেশি গিয়াছে। এই হিসাবে চলিলে তাহার পরের ববিবারে যখন ঐ ঘড়িতে বেলা ১ টা বাজিল তখন ঠিক সময় কত ?

১৮। যদি ৯ জন লোক ১৮ দিনে প্রত্যাহ ৮ ঘণ্টা কার্য করিয়া একটি কার্য শেষ কবে, তবে কয়জন লোক ১০ দিনে প্রত্যাহ ৬ ঘণ্টা কার্য করিয়া তাহার ৩ গুণ কার্য সমাপ্ত করিবে ?

১৯। একটি খবগোস এবংটি কুকুবকে ৪০ গজ দূরে দেখিয়া ঘণ্টায় ১০ মাইল বেগে পলাইতে আবস্ত কবে। ৪০ সেকেন্ড পরে কুকুব তাহাকে দেখিতে পাইয়া ঘণ্টায় ১৮ মাইল বেগে তাহার পশ্চাতে দৌড়ায়। কতক্ষণ পরে ও কত দূর গিয়া কুকুব খবগোসকে ধরিবে ?

২০। একজন ব্যবসায়ী ২৭০০ টাকা মূল ধন খাটাইয়া ৬ মাসে ২১৬ টাকা লাভ করেন। সেই হিসাবে কত টাকা মূল ধন থাকিলে তিনি ৯ মাসে ১২০০ টাকা লাভ করিতে পারিবেন।

২১। একজন ব্যবসায়ী ১৮০০ টাকা মূল ধন খাটাইয়া ৭ মাসে ২৫২ টাকা লাভ করেন। এই হিসাবে ৫০০০ টাকা মূল ধন লইয়া কত দিনে তিনি ৫০০ টাকা লাভ করিবেন ?

২২। যদি ১০ জন মাল্লকে ৭ দিন খাওয়াইতে ১৫০ সেব চাউল লাগে, তবে ৫০ জন মাল্লকে এই সমস্ত ১২১৩ সন খাওয়াইতে কত চাউল লাগিবে ?

২৩। বেলা ১ টার পর ২ টার মধ্যে ঘড়ির ছইটি কাঁটা কোন সময়ে ঠিক বিপরীতদিকে থাকে ?

২৪। বেলা ১২ টার পর ২ টার পূর্বে ঘড়ির কাঁটা ছইটি পুনরায় কোন সময়ে একত্র হয় ?

---

## সপ্তম অধ্যায় ।

হুদ ও ডিস্কাউন্ট । কোম্পানির কাগজ ।

একত্র কাববাবের লাভ ভাগ । মিশ্রণ ।

প্রথম প্যারিচ্ছেদ ।

হুদ ও ডিস্কাউন্ট ।

১৫২। একজনের অর্থ আৰ একজন ব্যবহার কবিলে সেই ব্যবহার কবার মূল্য বরূপ যে অতিবিক্ত অর্থ দেনাদার পাওনাদারকে দেয় তাহাকে সুদ বলে । হুদের আৰ চট্টাট নাম হুজ্জি ও কুসীদ ।

কোন নির্দিষ্ট কালের ( যথা ১ মাসের কি ১ বৎসরের ) নির্মিত কোন নির্দিষ্ট পৰিমাণ ( যথা ১০০ কি ১ ) টাকার হুদকে হুদের হাজ্জ বলে ।

যে টাকা ধার দেওয়া যায় তাহাকে আসল বা মূলধন বান । হুদ ও আসলের সমষ্টিকে সুদ আসল বলে ।

১৫৩। হুদ দ্বিবিধ । ধার দেওয়া টাকার উপর যে হুদ তাহাকে সরল কুসীদ বা সরল সুদ বলে । যদি সেই হুদ যথা সময়ে পৰিশোধ করা না যায়, তবে তাহা আসল গণ্য হইয়া তাহার আবার হুদ চলিতে পারে, এবং হুদ বৎসবান্তে দেয় হইলে, দ্বিতীয় বৎসরে, প্রথম বৎসরের আসল ও প্রথম বৎসরের হুদ এই দুয়েব সমষ্টিব উপর হুদ চলিবে, তৃতীয় বৎসরে, দ্বিতীয় বৎসরের সংযুক্ত আসল ( অর্থাৎ মূল আসল ও প্রথম বৎসরের হুদ ) ও সেই সংযুক্ত আসলের হুদ এই দুয়েব সমষ্টিব উপর হুদ চলিবে, এবং এইরূপে ক্রমশঃ হুদ চলিবে ।

এই প্রকার হুদকে চক্রহুজ্জি বলে ।

১৫৪। কুসীদ সম্বন্ধীয় প্রশ্ন সমাধানার্থে সজ্জিস্ত ও সাধারণ নিয়ম সাক্ষাতিক লিপি দ্বারা দেওয়া সহজ এই বিবেচনায় সেই প্রশ্নানী অবলম্বিত হইল ।

১৫৫। সরল কুসীদ। নিম্নম্।

মনে কব, আসলের পরিমাণ = অ হুদ্রা,

হুদের হার শতকবা = হ,

হুদের কাল = ক বৎসব,

মোট হুদের পরিমাণ = স,

মোট হুদ আসল = ম।

তাহা হইলে, ১০০ টাকার হুদ ১ বৎসবে = হ,

$$১ টাকার হুদ ১ বৎসবে = \frac{হ}{১০০},$$

$$১ টাকার হুদ ক বৎসবে = \frac{ক \times হ}{১০০},$$

$$অ টাকার হুদ ক বৎসবে = \frac{অ \times ক \times হ}{১০০}।$$

$$স = \frac{অ \times ক \times হ}{১০০} \quad (১)$$

$$ম = অ + স = অ + \frac{অ \times ক \times হ}{১০০} \quad (২)$$

অতএব অ, হ, ক, স, ম এই পাঁচটির মধ্যে যে কোন তিনটি জানা থাকিলে (১) ও (২) সমীকরণ হইতে অপর দুইটির নির্ণয় করা যাইতে পারে। নিম্নের উদাহরণে তাহা স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। শতকবা বার্ষিক ৬ টাকা হাবে ৩২৫ টাকার হুদ ৩ বৎসবে কত?

এ স্থলে অ = ৩২৫ টাকা,

হ = ৬ টাকা,

ক = ৩ বৎসব,

$$স = \frac{অ \times ক \times হ}{১০০} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৩২৫ \times ৩ \times ৬}{১০০} \text{ টাকা} = ২৯.২৫ \text{ টাকা}$$

$$= ৫৮০.২৫ \text{ টাকা।}$$



(২) উদাহরণ। যদি ১২০৮ খুটাকের ২ বা ডিসেম্বরে শত কবা বার্ষিক ৫ টাকা হুদে ৬৫০ টাকা ধাব দেওয়া গিয়া থাকে, তবে ১২১১ সালের ১৬ই অগস্টে কত হুদ হইয়া ছিল ?

এ স্থলে ক কোন অখণ্ড সংখ্যক বৎসর নহে, ক'র পথিমাণ ১ বৎসর ও এক বৎসরের ভগ্নাংশ। এবং মনে রাখিতে হইবে, দিন হিসাবে গণনা করিতে হইলে, প্রচলিত প্রথা অনুসারে, ধাব দিবাব দিন ধবিত্তে হয়, ও ধাব শোধের দিন বাদ দিতে হয়।

$$\text{অতএব ক} = (2 + \frac{20+21+22+23+24+25+26+27+28+29+30+31}{365} + \frac{31}{365}) \text{ বৎসর}$$

$$= (2 + \frac{255}{365}) \text{ বৎসর।}$$

$$স = \frac{অ \times ক \times হ}{১০০} = \frac{৬৫০ \times (2 + \frac{255}{365}) \times ৫}{১০০} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{৬৫ \times ২ + ৬৫ \times \frac{২৫৫}{৩৬৫}}{১} \text{ টাকা}$$

$$= ৬৫ + ২২\frac{২৫৫}{৩৬৫} \text{ টাকা}$$

$$= ৬৫ + ২২\frac{২৫৫}{৩৬৫} = ৬৫ + ২২\frac{৫১}{৭৩} \text{ টাকা}$$

$$= ৬৫ + ২২\frac{৫১}{৭৩} \text{ টাকা}$$

$$= ৮৭ + \frac{৫১}{৭৩} \text{ টাকা।}$$

(৩) উদাহরণ। কত দিনে ৫৫০ টাকা বার্ষিক শত কবা ৬ টাকা হুদে ৬১৬ টাকা হইবে ?

$$\text{এস্থলে স} = ৬১৬ - ৫৫০ = ৬৬,$$

$$\text{অ} = ৫৫০,$$

$$\text{হ} = ৬।$$

$$৬৬ = \frac{৫৫০ \times ক \times ৬}{১০০}, \quad ৬৬ \times ১০০ = ৫৫০ \times ক \times ৬,$$

$$\text{ক} = \frac{৬৬ \times ১০০}{৫৫০ \times ৬} = ২ \text{ বৎসর।}$$

(৪) উদাহরণ। বার্ষিক শতকবা ৬ টাকা হুদে কত টাকা ধাব দিলে ২ বৎসরে হুদে আসলে ৬১৬ টাকা হইবে ?

$$\text{এস্থলে স} = ৬১৬, \text{ ক} = ২, \text{ হ} = ৬,$$

$$\bullet \quad ৩১৬ = \frac{অ \times (১০০ + ২ \times ৬)}{১০০} \quad (১৫৫ \text{ দাবাব (২) সমীকরণ দ্রষ্টব্য)}।$$

$$৩১৬ \times ১০০ = অ \times ১১২,$$

$$অ = \frac{৩১৬ \times ১০০}{১১২} = ২৮২.১৪ \approx ২৮২ \text{ টাকা।}$$

১৫৬। যদি সেনাদাব ও পাওনাদাব উভয়ের মধ্যে চম্ভি হিসাব থাকে, তাহা হইলে কখন কখন নিম্নের উদাহরণে প্রদর্শিত প্রণালীতে সুদ ধরা যায়।  
উদাহরণ।—

পাওনাদাব পায়।

সেনাদাব পায়।

১৯১২ সালের ২ বা এপ্রেল ১০০০

১৯১১ সালের ৩ বা মার্চ ১০০০০

১৯১২ সালের ২২এ এপ্রেল ২১০০

১৯১২ সালের ১২ই মে ২০০০

বার্ষিক শতকরা ১৮।০ আনা সুদ ধরিলে ঐ সনের ১৭ই মে পাওনাদারের কত পাওনা?

জমা।

খরচ।

১৯১২ সালের ২ বা এপ্রেল হইতে

১৯১২ সালের ৩ বা মার্চ হইতে

২১এ এপ্রেল ২০ দিন

১১ই মে ৭০ দিন

আসল ১০০০

আসল ১০০০০

সুদ ১

সুদ ৩৫০

২২এ এপ্রেল হইতে ১৬ই মে

১২ই মে হইতে ১৬ই মে

২৫ দিন

৫ দিন

আসল ২২০০

আসল ১২০০০

সুদ ১১৫

সুদ ৩০

মোট সুদ ১১৬

মোট সুদ ৩৮০

মোট সুদ আসল ২৩১৬

মোট সুদ আসল ১২৩৮০

উম্মুল ২৩১৬

১৭ই মে

বাকী ৩০৬৪

এই প্রণালীর হিসাবকে গড়া ধরুন। প্রণালী বলে, কাবণ ইহাতে সেনাদাব ও পাওনাদাব উভয়ের হিসাব গড়া ধরুন। তাহা পাশাপাশি চলে।

কিন্তু এ প্রণালী ঠিক নহে, তাহা পরবর্তী হিসাবে দেখা যাইবে।

যথা,—

|                                      |                           |
|--------------------------------------|---------------------------|
| ৩ বা মার্চ হইতে ১লা এপ্রেল—৩০ দিন    | আসল ১০০০০, সুদ ১৫০০       |
| ২ রা এপ্রেল আদায় ১০০০,              | আসল ১০০০০                 |
| ঐ টাকা সুদে কর্তন, বাকী              | সুদ $(১৫০০ - ১০০০) = ৫০০$ |
| ২২ বা এপ্রেল হইতে ২২শে এপ্রেল ২০ দিন | আসল ১০০০০, সুদ ১০০০       |
|                                      | মোট সুদ <u>১৫০০</u>       |

২২এ এপ্রেল আদায় ২১০০০

সুদে ১৫০০ সুদে কর্তন ও

$২১০০০ - ১৫০০ = ৮২৫০$  আসলে কর্তন

বাকী আসল ১০০০০ -  $৮২৫০$   
 $= ১১৭৫০$

২২এ এপ্রেল হইতে ১১ই মে ২০ দিন আসল ১০৫০০, সুদ ১০১০

১২ই মে হইতে ১৬ই মে ৫ দিন আসল ১০৫০০ + ২০০০  
 $= ৩০৫০০$  সুদ ৭৫০০

১৭ই মে মোট বাকী  $৩০৫০০ + ১৮০০০ = ৩০৮৮০০$

অতএব প্রকৃত বাকী অর্থাৎ পাওনাদাবের প্রকৃত পাওনা ১৭ই মে তাবিথে ৩০৮৮০০, গঙ্গা যমুনা প্রণালীর হিসাবের ৩০৬৪ টাকা নহে। ইচ্ছা করিলে এই—২২ এপ্রেল যখন ১০০০ টাকা আদায় হইলে তখন পাওনাদাবেব ১৫০০ টাকা সুদ পাওনা হইয়াছে, এবং ঐ ১০০০ টাকা সুদে কর্তন হওয়া কর্তব্য, কেননা, যখন পাওনাদাবেব ঐ সুদের পাওনা টাকার উপর সুদ চলিবে না, তখন দেনাদাবেব ঐ ১০০০ টাকার উপর সুদ চলা অসুচিত। এবং ২২এ এপ্রেল যখন ২১০০০ টাকা আদায় হইল তখনও ঐ টাকা হইতে পাওনাদাবেব সুদের পাওনা ১৫০০ কর্তন হইয়া যে ৮২৫০ বাকী থাকে, কেবল তাহাবই সুদ দেনাদাবেব অল্পকূলে চলা উচিত।

সুতরাং দেখা যাইতেছে গঙ্গা যমুনা প্রণালী দেনাদাবেব পক্ষে কিঞ্চিৎ অল্পকূল ও পাওনাদাবেব পক্ষে সেই পরিমাণে প্রতিকূল।

১৫৭। চক্রবৃদ্ধি। শিল্পম।

মনে কব আসলের পরিমাণ = অ টাকা,

হুদের হার বার্ষিক শতকরা = হ টাকা,

হুদের কাল = ক বৎসর,

মোট হুদের পরিমাণ = স,

মোট হুদ আসল = ম।

এবং মনে কব বৎসবান্তে হুদ আসল গণ্য হইবে। তাহা হইলে,

১০০ টাকার হুদ এক বৎসবে = হ,

$$১ = \frac{হ}{১০০},$$

$$অ \quad \dots \quad = \frac{অ \times হ}{১০০}।$$

এবং প্রথম বৎসবে শেষে মোট হুদ আসল =  $অ + \frac{অ \times হ}{১০০} = অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)।$

• দ্বিতীয় বর্ষের হুদ =  $অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right) \times \frac{হ}{১০০},$

$$\begin{aligned} \text{দ্বিতীয় বর্ষের শেষে মোট হুদ আসল} &= অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right) \\ &\quad + অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right) \times \frac{হ}{১০০} \\ &= অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right) \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right) \\ &= অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)^2। \end{aligned}$$

এইরূপে তৃতীয় বর্ষের শেষে মোট হুদ আসল =  $অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)^3,$

চতুর্থ বর্ষের শেষে মোট হুদ আসল =  $অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)^4,$

ক তম বর্ষের শেষে মোট হুদ আসল =  $ম = অ \times \left(১ + \frac{হ}{১০০}\right)^ক।$

$$\text{এবং } S = B - A = A \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^K - A ।$$

উদাহরণ । চক্রবৃদ্ধি প্রণালীতে বার্ষিক শতকরা ৫ টাকা হুদে ৩২৫ টাকা ধাব দিলে ৩ বৎসরের কত হুদ হইবে ।

এ স্থলে  $A = ৩২৫$  টাকা,

$R = ৫$  টাকা,

$K = ৩$  বৎসর ।

$$\text{অতএব } S = B - A = A \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^K - A$$

$$= ৩২৫ \times \left(1.০৫\right)^3 - ৩২৫$$

$$= ৩২৫ \times ১.১৫৭৬২৫ - ৩২৫$$

$$= ৩২৫ \times ১.১৫৭৬২৫$$

$$= ৫১.২২৮১২৫ \text{ টাকা ।}$$

১৫৮ । যদি বৎসবাস্তে না হটয়া ছয় মাসান্তে কি তিন মাসান্তে হুদ আসলেব সানিল হইয়া তাহাব হুদ চলে, তবে উপবেব সঙ্কেত বাক্যে ‘ক’ বৎসর না ধরিয়া বতগুলি বাৎসরিক বা ত্রৈমাসিককাল হুদ চলিবে ততসংখ্যক-কাল ধৰিতে হইবে, এবং “হ” বার্ষিক হুদেব অর্ধেক বা চতুর্থাংশ ধৰিতে হইবে । যথা নিম্নেব উদাহরণে ।

উদাহরণ । চক্রবৃদ্ধি প্রণালীতে হুদ ছয় মাসান্তে দেয় হইলে, বার্ষিক শত করা ৪ টাকা হাবে ২৫০ টাকাব ২ বৎসরে কত হুদ হইবে ?

এস্থলে  $A = ২৫০$  টাকা,

$R = ৪ - ২ = ২$  টাকা,

$K = ২ \times ২ = ৪$  বাৎসরিককাল ।

$$\text{অতএব } S = B - A = A \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^K - A$$

$$= ২৫০ \times \left(1 + \frac{R}{100}\right)^4 - ২৫০$$

$$= ২৫০ \times \left(১.০২\right)^4 - ২৫০$$

$$= ২৫০ \times ১.০৮২৪৩২১৬ - ২৫০$$

$$= ২৫০ \times ০.০৮২৪৩২১৬ = ২০.৬০৮০৪০০$$

$$= ২০.৬০৮০৪ টাকা।$$

১৫২। যেমন বর্তমানকালে কোন নির্দিষ্ট পৰিমাণের টাকা ধাব দিলে ভবিষ্যতে অর্থাৎ কোন নির্দিষ্টকাল পবে তাহা অপেক্ষা কিছু অধিক টাকা অর্থাৎ সেই টাকা ও তাহাব শুদ পাওয়া যায়, সেটরূপ ভবিষ্যতে অর্থাৎ কোন নির্দিষ্টকাল পবে প্রাপ্য কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ টাকা বর্তমানকালে পাইতে ইচ্ছা করিলে এবং বেনাদাব দিতে সম্মত হইলে তাহা অপেক্ষা কিছু অল্প টাকা হইতে হয়। কাবণ, যে টাকা অগ্রে পাওয়া গেল তাহা পাওনাদাব শুদে পাটাইলে নির্দিষ্টকাল পবে তাহা শুদ যোগে বর্দ্ধিত হইবে, সুতরাং তাহাব বর্তমান পৰিমাণ এরূপ হওয়া উচিত যে, নির্দিষ্টকাল পবে শুদ সমেত তাহা নির্দিষ্ট প্রাপ্য টাকাব পৰিমাণের সহিত সমান হয়।

ভবিষ্যতে প্রাপ্য টাকা হইতে যে পৰিমাণ টাকা বাদ দিলে তাহাব বর্তমান মূল্য ঠিক হয় সেই পৰিমাণ টাকাকে ডিস্কাউণ্ট বলে।

ডিস্কাউণ্টের পৰিমাণ প্রচলিত শুদের হাভের উপর নির্ভব করে, এবং শুদের হাব যেমন বার্ষিক শতকবা হিসাবে ধবা যায়, ডিস্কাউণ্টের হাবও সেইরূপ বার্ষিক শতকবা হিসাবে ধবা যায়। ডিস্কাউণ্টের অর্থ হইতেই স্পষ্ট বুঝা যাইতেছে ডিস্কাউণ্টের হাব শুদের হাব অপেক্ষা কম।

বধা, শুদের হাব বার্ষিক শতকবা ৫ টাকা হইলে ডিস্কাউণ্টের হাব অবশ্যই তদপেক্ষা নূন হইবে, কাবণ, ১০০ টাকা হইতে ৫ টাকা বাদ দিলে ৯৫ টাকা থাকে, কিন্তু ৯৫ টাকা এক বৎসরে ৫ টাকা শুদে কখনই শুদ সমেত ১০০ টাকা হইবে না। প্রকৃত পক্ষে ৫ টাকা ১০৫ টাকাব ডিস্কাউণ্ট, কাবণ,  $(১০৫ - ৫) = ১০০$  টাকা এক বৎসবে শুদে আসলে ১০৫ টাকা হইবে। অতএব ১০৫ টাকাব ডিস্কাউণ্ট ১ বৎসবে ৫ টাকা।

১ টাকাব ডিস্কাউণ্ট ১ বৎসব  $\frac{৫}{১০০}$  টাকা।

$$১০০ টাকাব ডিস্কাউণ্ট ১ বৎসব  $১০০ \times \frac{৫}{১০০}$  টাকা = ৫ টাকা।$$

$$= ২\frac{১}{২} = ৪\frac{১}{২} টাকা।$$

অর্থাৎ শুদের হাব বার্ষিক শতকবা ৫ টাকা হইলে, ডিস্কাউণ্ট  $৪\frac{১}{২}$  টাকা।

১৬০। ডিস্কাউন্ট নিরূপণের নিয়ম ।

মনে কব প্রাপ্য টাকার পরিমাণ = অ,

প্রাপ্তি কাল = ক বৎসর পরে,

অ'ব বর্তমান মূল্য = ব,

প্রচলিত হ্রদের হার = হ (বার্ষিক শতকরা),

ডিস্কাউন্টের পরিমাণ = ড ।

$$\begin{aligned}\text{তাহা হইলে} \quad \text{অ} &= \text{ব} + \frac{\text{ব} \times \text{হ} \times \text{ক}}{১০০} \\ &= \text{ব} \times \left( ১ + \frac{\text{হ} \times \text{ক}}{১০০} \right) \\ &= \text{ব} \times \frac{১০০ + \text{হ} \times \text{ক}}{১০০} ।\end{aligned}$$

$$\text{ব} = \text{অ} \times \frac{১০০}{১০০ + \text{হ} \times \text{ক}}, (১)$$

এবং ড = অ - ব

$$\begin{aligned}&= \text{অ} - \text{অ} \times \frac{১০০}{১০০ + \text{হ} \times \text{ক}} \\ &= \text{অ} \times \left( ১ - \frac{১০০}{১০০ + \text{হ} \times \text{ক}} \right) \\ &= \frac{\text{অ} \times \text{হ} \times \text{ক}}{১০০ + \text{হ} \times \text{ক}} । (২)\end{aligned}$$

উদাহরণ । যদি ২৫০ টাকা ২ বৎসরের পর প্রাপ্য হয়, এবং হ্রদের হার বার্ষিক শতকরা ৫ টাকা হয়, তবে ঐ টাকার বর্তমান মূল্য ও ডিস্কাউন্ট কত ?

এ স্থলে অ = ২৫০,

ক = ২,

হ = ৫,

$$\begin{aligned}\text{অতএব ব} &= \frac{\text{অ} \times ১০০}{১০০ + \text{হ} \times \text{ক}} = \frac{২৫০ \times ১০০}{১০০ + ৫ \times ২} = \frac{২৫০০০}{১১০} = \frac{২৫০০}{১১} \\ &= ২২৭\frac{১}{১১},\end{aligned}$$

$$\text{এবং ড} = \text{অ} - \text{ব} = ২৫০ - ২২৭\frac{১}{১১} = ২২\frac{১০}{১১} ।$$

১৬১। হুডিৰ কাৰিবাব ডিস্কাউন্ট নিৰূপণেৰ একটী প্ৰধান প্ৰয়োজন স্থল ।

যদি কোন বিবস্ত ব্যক্তি অপৰ ব্যক্তিব প্ৰাপ্য টাকা পৰিশোধার্থে তাঁহাকে নিৰ্দিষ্ট কাল পৰে সেই টাকা দিবাব অঙ্গীকাৰে হুডিপত্ৰ লিখিয়া দেয়, এবং হুডি গ্ৰহীতা যদি হুডি ভাঙ্গাইয়া নিৰ্দিষ্ট কালৰ পূৰ্বে টাকা পাইতে ইচ্ছা কৰেন, তবে এমত অনেক ব্যাঙ্ক বা মহাজন আছে যাহাদেৰ নিকট তিনি ঐ হুডিৰ বৰ্ত্তমান মূল্য পাইতে পাবেন ।

### ৩৫। উদাহৰণমালা ।

১। নিম্নলিখিত স্থলে হুদ নিৰূপণ কৰ ।

- (১) ৮০০ টাকা ২ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ৯ টাকা হাবে ।
- (২) ১২৫ টাকা ২½ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ৭½ টাকা হাবে ।
- (৩) ২৫৮০ টাকা ৪ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ১২ টাকা হাবে ।
- (৪) ১০৫০০ টাকা ৫ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ৪ টাকা হাবে ।
- (৫) ৭৫০ টাকা ২ বৎসবে শতকৰা মাসিক ১।০ টাকা হাবে ।

২। কত সময়ে ১০০০ টাকা বাৰ্ষিক শতকৰা ৫ টাকা হাবে হুদে আসলে ১৫০০ হইবে ?

৩। কত সময়ে ৪০০০ টাকা বাৰ্ষিক শতকৰা ৪ টাকা হাবে হুদে আসলে ৫০০০ হইবে ?

৪। কত হাবে ৪০০০ টাকা ৮ বৎসবে ৫০০০ টাকা হইবে ?

৫। কত হাবে ১০০০ টাকা ৪ বৎসবে ১২৫০ টাকা হইবে ?

৬। নিম্নলিখিত স্থলে চক্ৰবৃদ্ধি প্ৰণালীতে হুদ নিৰূপণ কৰ,—

- (১) ৮০ টাকা ২ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ১০ টাকা হাবে ।
- (২) ১২৫ টাকা ২ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ৪ টাকা হাবে ।
- (৩) ৫০ টাকা ৩ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ১০ টাকা হাবে ।
- (৪) ২০০০ টাকা ২ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ৪ টাকা হাবে ।
- (৫) ২৫০০০ টাকা ৩ বৎসবে শতকৰা বাৰ্ষিক ১০ টাকা হাবে ।



৭। নিম্নলিখিত স্থলে বর্তমান মূল্য ও ডিফাউন্ট নিরূপণ কর—

- (১) ১০০ টাকা ১ বৎসরের পরে প্রাপ্য, সুদেব হাব শতকরা বার্ষিক ১২ টাকা ।
  - (২) ২০০ টাকা ২ বৎসরে পরে প্রাপ্য, সুদেব হাব শতকরা বার্ষিক ৫ টাকা ।
  - (৩) ৭৮৪ টাকা ৩ বৎসরের পরে প্রাপ্য, সুদেব হাব শতকরা বার্ষিক ৪ টাকা ।
  - (৪) ১০২০ টাকা ৪ বৎসরের পরে প্রাপ্য, সুদেব হাব শতকরা বার্ষিক ২ টাকা ।
  - (৫) ৫৭৫ টাকা ২ বৎসরের পরে প্রাপ্য, সুদেব হাব শতকরা বার্ষিক ৭½ টাকা ।
-

## দ্বিতীয় পরিচ্ছেদ ।

## কোম্পানির কাগজ ।

১৬২। কোম্পানির কাগজ সম্বন্ধীয় প্রথম সূত্র নির্ণয়ের প্রথম অথবা এক প্রকার সমাপ্তিতে সম্বন্ধীয় প্রথম ।

বাজ্যার্থ্য নির্বাহার্থে গবর্ণমেন্ট অর্থাৎ রাজপ্রতিনিধি সময়ে সময়ে প্রজ্ঞাপন নিকট গণ গ্রহণ করিতে বাধ্য হন । গণ গ্রহণ কবিতা গণ দাতাকে রাজ-প্রতিনিধি যে অঙ্গীকার পত্র দেন, ও বাহাতে গণের পরিমাণ, তাহার সূত্রের হাব, সূত্র দিবার সময়, এবং কখন কখন গণ পরিশোধের সময়, লিখিত থাকে, সেই অঙ্গীকার পত্রকে কোম্পানির কাগজ বলে ।

পূর্বে ইষ্টেটুয়া কোম্পানি নামক সমিতি ভাবতের ব্রিটিশ রাজপ্রতিনিধি ছিলেন, এবং সেই কোম্পানিই উক্ত প্রকার অঙ্গীকার পত্র দিতেন, সেইজন্য ঐক্লপ অঙ্গীকার পত্রকে এ দেশে কোম্পানির কাগজ বলে ।

কোম্পানির কাগজের সূত্র বধাসময়ে বধাস্থানে নিয়মিত পাওয়া যায় । কিছু আসল টাকা পরিশোধ করা গবর্ণমেন্টের ইচ্ছাধীন । তবে কোম্পানির কাগজ গ্রহীতা ইচ্ছা কবিলে সেই কাগজ বাজাবে বিক্রয় কবিতা তাহার মূল্য পাইতে পাবেন । এবং বিক্রয়ের পূর্ব হইতে ক্রেতা তাহার সূত্র পাইবার অধিকারী হইবেন । অন্যান্য দ্রব্যের মত কোম্পানির কাগজের মূল্যবও হ্রাস বৃদ্ধি হয় ।

এ দেশে এখন কোম্পানির কাগজের সূত্রের প্রচলিত হাব বার্ষিক শতকরা ৩০ টাকা, এবং তাহার সচচাচ মূল্য শতকরা ২৫ কি ২৬ টাকা । অর্থাৎ যে কোম্পানির কাগজে গণের পরিমাণ ১০০ টাকা ও সূত্রের হাব ৩০ টাকা লিখিত আছে তাহা বাজাবে বিক্রয় কবিলে গেলে ২৫ কি ২৬ টাকা পাওয়া যায় । এবং ক্রেতা ২৫ কি ২৬ টাকা দিয়া ১০০ টাকার কোম্পানির কাগজ পাইবেন ও বার্ষিক ৩০ টাকা সূত্র পাইবার অধিকারী হইবেন ।

যদি ১০০ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য ১০০ টাকার কম হয়, তবে সেই ক্রমে পরিমাণকে ডিস্কাউন্ট বলে । এবং যদি বেশি হয়, তবে সেই বেশির পরিমাণকে প্রিমিয়াম বলে ।

১৬৩। কোম্পানির কাগজ সম্বন্ধীয় প্রশ্ন প্রধানত নিম্নের তিন শ্রেণির অধীনে—

(১) কোম্পানির কাগজের মূল্য সম্বন্ধীয় ।

(২) কোম্পানির কাগজের হ্রদ সম্বন্ধীয় ।

(৩) কোম্পানির কাগজের তুলনা বা পরিমাণ সম্বন্ধীয় ।

নিম্নের তিনটি উদাহরণ দৃষ্টে এই তিন শ্রেণির প্রশ্ন সমাধানের নিয়ম স্পষ্ট বুঝা যাইবে ।

(১) উদাহরণ । যদি ৩০ টাকা হ্রদের কাগজের দশ শতকবা ২৫ টাকা হয়, তবে ১২০০০ টাকার কত টাকার কোম্পানির কাগজ পাওয়া যাইবে, এবং ১২০০০ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য কত ?

প্রশ্নটির প্রথমভাগ ইহাই জানিতে চাহে যে, যদি ২৫ টাকার ১০০ টাকার কোম্পানির কাগজ পাওয়া যায়, তবে ১২০০০ টাকার কত টাকার কাগজ পাওয়া যাইবে ।

মনে কব উদ্ভব, স টাকা । তাহা হইলে দেখা যাইতেছে,

২৫ ১০০ ১২০০০ স,

$$স \times ২৫ = ১০০ \times ১২০০০,$$

$$স = \frac{১০০ \times ১২০০০}{২৫} = ৪৮০০০ ।$$

প্রশ্নের দ্বিতীয়ভাগ জানিতে চাহে যে, ১০০ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য ২৫ টাকা হইলে, ১২০০০ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য কত হইবে ।

মনে কব উদ্ভব, স টাকা । তাহা হইলে, ১০০ ২৫ ১২০০০ স,

$$স \times ১০০ = ২৫ \times ১২০০০,$$

$$স = \frac{২৫ \times ১২০০০}{১০০} = ৩০০০ ।$$

(২) উদাহরণ । যদি ৩০ টাকা হ্রদের ১০০ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য ২৫ টাকা হয়, তবে ১২০০০ টাকা মূল্যের কোম্পানির কাগজ ক্রয় করিলে, কত হ্রদ পাওয়া যাইবে ?

এই প্রশ্ন ইহাই জানিতে চায় যে, যদি ২৫ টাকার ৩০ টাকা হ্রদ পাওয়া যায়, তবে ১২০০০ টাকার কত টাকা হ্রদ পাওয়া যাইবে ।

মনে কব স টাকা। তাহা হইলে,  $২৫ \times ১২০০০ = ৩০০$  স,  
 $স \times ২৫ = ১২০০০ \times \frac{১}{২}$ ,  $স = \frac{১২০০০ \times ১}{২} = ৬০০$  টাকা।

(৩) উদাহরণ। যদি ৪ টাকা শ্রমেব ১০০ টাকার কোম্পানির কাগজের  
 মূল্য ২২ টাকা, ও ৫ টাকা শ্রমেব ১০০ টাকার কোম্পানির কাগজের মূল্য  
 ১০৫ টাকা হয়, তবে কোন্ প্রকারেব কোম্পানির কাগজ বেশি লাভেব ?

দেখা যাইতেছে,—

প্রথম প্রকার কোম্পানির কাগজে ২২ টাকায় ৪ টাকা শ্রম পাওয়া যায়,  
 অর্থাৎ ১ টাকায়  $\frac{৪}{২২}$  টাকা শ্রম পাওয়া যায়,  
 আর দ্বিতীয় প্রকার কোম্পানির কাগজে ১০৫ টাকায় ৫ টাকা শ্রম পাওয়া যায়,  
 অর্থাৎ ১ টাকায়  $\frac{৫}{১০৫}$  টাকা শ্রম পাওয়া যায়।

কিন্তু  $\frac{৪}{২২}$  অর্থাৎ  $\frac{২}{১১}$  অপেক্ষা  $\frac{৫}{১০৫}$  অর্থাৎ  $\frac{১}{২১}$  বড়,

অতএব ৫ টাকা শ্রমেব কোম্পানির কাগজ বেশি লাভেব।

### ৩৬। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত স্থলে কত টাকার কোম্পানির কাগজ ক্রয় কবিত্তে  
 পাবা যায়, নির্ণয় কব।—

- (২) ৪৮১৮৮০ মূল্য ৪ টাকা শ্রমেব কাগজ ২৬৫ টাকা দরে।
- (১) ৪৩৫০ মূল্য ৪ টাকা শ্রমেব কাগজ ২৫ টাকা দরে।
- (৩) ৬০০০০ মূল্য ৫ টাকা শ্রমেব কাগজ ১০৫ টাকা দরে।
- (৪) ৩৬০০ মূল্য ৫ টাকা শ্রমেব কাগজ ৮৪ টাকা দরে।
- (৫) ২৭০০০ মূল্য ৬ টাকা শ্রমেব কাগজ ১০৮ টাকা দরে।

২। কত টাকা মূল্যে নিম্নলিখিত পরিমাণ কোম্পানির কাগজ ক্রয় কবা  
 যায়, তাহা নির্ণয় কব।—

- (১) ১০০০০ টাকার কাগজ ৪ টাকা শ্রমেব ২৭ টাকা দরে।
- (২) ১২০০০ টাকার কাগজ ৫ টাকা শ্রমেব ১০৫ টাকা দরে।
- (৩) ২০০ টাকার কাগজ ৪ টাকা শ্রমেব ১০১ টাকা দরে।
- (৪) ৬০০ টাকার কাগজ ৫ টাকা শ্রমেব ৮৮ টাকা দরে।
- (৫) ১৮০০ টাকার কাগজ ৪ টাকা শ্রমেব ২৬ টাকা দরে।

৩। নিম্নলিখিত স্থলে কত টাকা হ্রস পাওয়া যাইবে, নির্ণয় কর ।

(১) ৪ টাকা হ্রসের ২৬৫ টাকা দবেব ২৬৩৭।০ টাকা মূল্যেব কাগজ ক্রয় কবিলে ।

(২) ৩ টাকা হ্রসেব ২৩ টাকা দবেব ১৩২৫০ টাকা মূল্যেব কাগজ ক্রয় কবিলে ।

(৩) ৩½ টাকা হ্রসেব ৮৪½ টাকা দবেব ১৩৫২০ টাকা মূল্যেব কাগজ ক্রয় কবিলে ।

(৪) ৬ টাকা হ্রসেব ১০৫ টাকা দবেব ৩১৫০০ টাকা মূল্যেব কাগজ ক্রয় কবিলে ।

৪। নিম্নলিখিত স্থলে কোন্ প্রকারেব কোম্পানিব কাগজ বেশি লাভেব তাহা নির্ণয় কর ।

(১) ৪ টাকা হ্রসেব ২৫ টাকা দবেব কি ৫ টাকা হ্রসেব ১০৮ টাকা দবেব ।

(২) ৩ টাকা হ্রসেব ৮৪ টাকা দবেব কি ৪ টাকা হ্রসেব ২৫ টাকা দবেব ।

(৩) ৪ টাকা হ্রসেব ২৫ টাকা দবেব কি ৬ টাকা হ্রসেব ১১৫ টাকা দবেব ।

(৪) ৩½ টাকা হ্রসেব ২০ টাকা দবেব কি ৪ টাকা হ্রসেব ২৮ টাকা দবেব ।

---

## ভূতীন্দ্র পরিচ্ছেদ।

### একত্র কারবারের লাভ ভাগ।

১৬৪। যদি একেব অধিক ব্যক্তি একত্র হইয়া কোন কাববার কবে, এবং সেই কাববারে প্রত্যেক অংশী ভিন্ন ভিন্ন পবিমাণ টাকা ভিন্ন ভিন্ন সময়ের জন্ত খাটায়, তাহা হইলে কাববারেব লাভেব অংশ প্রত্যেকে কত পাইবে, ইহা একটি সমাধুপাত বিবরক প্রশ্ন, এবং ইহাব উত্তর নিম্নলিখিত নিয়মে নির্ণয় করা যায়।

**নিয়ম।** প্রত্যেক অংশীব টাকাব পবিমাণ বে সময় পর্য্যন্ত তাহা খাটিয়াছে সেই সময়ের পবিমাণ জাপক সংখ্যা দিয়া গুণ কব, ও সেই গুণকল-গুলির সমষ্টি নির্ণয় কব। তাহাব পর এই সমাধুপাত লিখ —

যে কোন অংশীব লাভের অংশ মোট লাভ

সেই অংশীব টাকা ও সময়ের গুণফল উক্ত গুণফল সমষ্টি।

এই সমাধুপাত হইতে ১৪০ ধারাব নিয়মাচুসাবে প্রত্যেক অংশীব লাভের অংশ নির্ণীত হইতে পাবে।

যদি সকল অংশীব টাকা একই সময়ের জন্ত খাটে, তবে টাকা ও সময়ের গুণফল লইতে হইবে না, টাকাব পবিমাণ লইলেই হইবে।

নিম্নেব উদাহরণদ্বয় দৃষ্টে এই নিয়মেব তেতু স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

(১) উদাহরণ। ক, খ, ও গ তিন ব্যক্তি একটি কাববারে ২০০, ৪০০, ও ৫০০ টাকা, ৮ মাস, ৬ মাস, ও ৫ মাস খাটাইয়া ২৪০ টাকা লাভ করিয়াছে। প্রত্যেকেব লাভেব অংশ কত হইবে?

ক এব ২০০ টাকা ৮ মাস খাটা বা  $২০০ \times ৮ = ১৬০০$  টাকা ১ মাস খাটা তুল্য।

খ এব ৪০০ টাকা ৬ মাস খাটা বা  $৪০০ \times ৬ = ২৪০০$  টাকা ১ মাস খাটা তুল্য।

গ এব ৫০০ টাকা ৪ মাস খাটা বা  $৫০০ \times ৪ = ২০০০$  টাকা ১ মাস খাটা তুল্য।

তাহা হইলে ( ১৬০০ + ২৪০০ + ২০০০ ) টাকা = ৬০০০ টাকা ১ মাস খাটিয়া ২৪০০ টাকা লাভ হইয়াছে। সুতরাং,

ক এৰ খাটান ১৬০০ টাকা মোট ৬০০০ টাকার বৃত্ত ভাগের ভাগ,  
ক এৰ লাভের অংশ মোট ২৪০০ টাকার ঠিক তত ভাগের ভাগ।

অতএব—ক এৰ লাভের অংশ ২৪০ ১৬০০ ৬০০০।

ক এৰ লাভের অংশ  $\times ৬০০০ = ২৪০ \times ১৬০০$ ,

ক এৰ লাভের অংশ =  $\frac{২৪০ \times ১৬০০}{৬০০০} = ৬৪$  টাকা।

এইরূপে খ এৰ লাভের অংশ =  $\frac{২৪০ \times ২০০০}{৬০০০} = ৮০$  টাকা,

এবং গ এৰ লাভের অংশ =  $\frac{২৪০ \times ২০০০}{৬০০০} = ৮০$  টাকা।

(২) উদাহরণ। উপরের প্রক্রে যদি ক, খ, ও গ তিন ব্যক্তির টাকা ৮ মাসের জন্য খাটিত এবং ৩০০০ টাকা লাভ হইত, তাহা হইলে প্রত্যেকের লাভের অংশ কত হইত ?

এ স্থলে মোট টাকা যাহা পাটিয়াছে তাহার পবিমাণ ২০০ + ৪০০ + ২০০ = ৮০০। সুতরাং,

ক এৰ খাটান ২০০ টাকা মোট ৮০০ টাকার বৃত্ত ভাগের ভাগ,

ক এৰ লাভের অংশ মোট লাভ ৩০০০ টাকার ঠিক তত ভাগের ভাগ।

অতএব ক এৰ লাভের অংশ ৩০০ ২০০ ৮০০।

ক এৰ লাভের অংশ  $\times ৮০০ = ৩০০ \times ২০০$ ,

ক এৰ লাভের অংশ =  $\frac{৩০০ \times ২০০}{৮০০} = ৭৫$  টাকা।

এইরূপে খ এৰ লাভের অংশ =  $\frac{৩০০ \times ৪০০}{৮০০} = ১৫০$  টাকা,

এবং গ এৰ লাভের অংশ =  $\frac{৩০০ \times ২০০}{৮০০} = ৭৫$  টাকা।

### ৩৭। উদাহরণমালা।

১। দুই ব্যক্তিতে এক কাববাবে ৪০০০ টাকা ও ৫০০০ টাকা খাটাইয়া ১০৫০ টাকা লাভ কবে। লাভের টাকা কে কত পাইবে ?

২। ক, খ, ও গ ৬০০০ টাকা, ২০০০ টাকা ও ১০০০ টাকা দিয়া একটি কাববাব চালাইয়া ৩০০০ টাকা লাভ কবে। লাভের টাকা কে কত পাইবে ?

৩। একটি কাববাবে ছই অংশী, ক ও খ। এবং কাববাবেৰ মূলধনে ক'ৰ অংশ যত খ'ৰ অংশ তাহাৰ তিনগুন। কাববাবে যদি ২৪০০ টাকা লাভ হয়, কে কত টাকা পাইবে ?

৪। ক ২০০০ টাকা লইয়া একটি দোকান খুলে। চাৰ মাস পৰে খ ৩০০০ টাকা লইয়া ঐ কাববাবে যোগ দেয়। এবং আৰ ত্ৰই মাস পৰে গ ৪৫০০ টাকা লইয়া তাহাতে যোগ দেয়। দোকান খুলিবাব ১ বৎসৰ পৰে দেখা গেল ৯০০ টাকা লাভ হইয়াছে। লাভেৰ টাকা কিরূপে ভাগ হইবে ?

৫। উপৰেৰ উদাহৰণে গ যোগ দিবাব সময় যদি ক ঐ কাববাবেৰ মূলধনে আৰ ৫০০ টাকা যোগ কৰে, এবং বৎসৰান্তে লাভেৰ পরিমাণ যদি ৯১০ টাকা হয়, তবে সেই লাভেৰ টাকা কিরূপে ভাগ হইবে ?





## চতুর্থ পল্লিচ্ছেদ ।

## মিশ্রণ ।

১৬৫। ভাল মন্দ দ্রব্য মিশ্রণ কাৰ্য্যটো অনেক স্থলেই মন্দ হইলেও কোন কোন স্থলে তাহা নিৰ্দোষ হইতে পারে। এবং ভালই হউক আব মন্দই হউক, তাহা ব্যবসায়ের একটা অঙ্গ। সেট যন্ত সুস্থ ও ডিস্কাউণ্ট, কোম্পানিৰ কাগজ, ও একত্ৰ কাৰবাবেৰ লাভ ভাগেৰ সঙ্গে একই অধ্যায়ে মিশ্রণ বিয়তক প্রসন্ন সমাধানের বখা আলোচিত হইল।

মিশ্রণ সম্বন্ধীয় প্রশ্ন দুই শ্রেণিৰ হইতে পারে।

১ম। ভিন্ন ভিন্ন জানা দ্ৰব্যের দ্রব্য ভিন্ন ভিন্ন জানা পৰিমাণে মিশ্রিত কবিলে, মিশ্র দ্রব্যের দব কত হইবে তাহা নির্ণয় কব।

২য়। ভিন্ন ভিন্ন জানা দ্ৰব্যের দ্রব্য কি কি পৰিমাণে মিশ্রিত কৰিবে, মিশ্র দ্রব্যের একটা নির্দিষ্ট দব হইবে তাহা নির্ণয় কব।

এই দুই শ্রেণিৰ প্রশ্নকে সঙ্গেপে দ্রব্য নির্ণয়ক ও দ্রব্যের পল্লিমাণ নির্ণয়ক প্রশ্ন বলা যাইতে পারে।

১৬৬। মিশ্রণে দ্রব্য নির্ণয়ক নিম্নম।

প্রত্যেক দ্ৰব্যের অঙ্ক সেট দ্ৰব্যের দ্রব্যের পৰিমাণের অঙ্ক দ্বারা গুণ কবিয়া, গুণফলের সমষ্টিকে দ্রব্যগুলিৰ পৰিমাণের অঙ্কের সমষ্টি দ্বারা ভাগ কবিলে, যে ভাগফল হয় তাহাই মিশ্র দ্রব্যের দব।

এই নিয়মের হেতু নিম্নের উদাহরণ দৃষ্টে স্পষ্ট বুঝা যাইবে।

উদাহরণ। যদি ৪ টাকা মণের ৩ মণ, ৫ টাকা মণের ৪ মণ, এবং ৬ টাকা মণের ৫ মণ, চাউল একত্ৰ মিশ্রিত কবা যায়, তবে সেই মিশ্র চাউলের দব কত হইবে ?

এ স্থলে ৩ মণ চাউলের মূল্য  $৩ \times ৪ = ১২$  টাকা,

৪ মণ চাউলের মূল্য  $৪ \times ৫ = ২০$  টাকা,

৫ মণ চাউলের মূল্য  $৫ \times ৬ = ৩০$  টাকা,

১২ মণ মিশ্র চাউলের মূল্য  $= ১২ + ২০ + ৩০ = ৬২$  টাকা,

১ মণ মিশ্র চাউলের মূল্য  $= ৬২$  টাকা  $= ৫০/৮$  পাই।

১৬৭। মিশ্রণে দ্রব্যের পৰিমাণ নির্ণয়ের নিয়ম নির্ধারণের পূর্বে কএকটি কথা মনে রাখিতে হইবে।

প্রথমতঃ। মিশ্র দ্রব্যের দব অপেক্ষা মিশাইবার দ্রব্যগুলির মধ্যে অন্ততঃ একটির দব কম ও একটির দব বেশি হওয়া আবশ্যক।

কাৰণ, মিশ্র দ্রব্যের দব অবশ্যই মিশ্রিত দ্রব্যগুলির দবের মধ্যে সর্ব উচ্চ দবের অপেক্ষা কম ও সর্ব নিম্ন দবের অপেক্ষা বেশি হইবে।

দ্বিতীয়তঃ। যদি দুইটি দ্রব্য মিশ্রিত করা যায়, তাহা হইলে প্রত্যেকটির পৰিমাণ অপবটির দবের ও মিশ্র দ্রব্যের দবের মধ্যে অন্তর্বক্ষাপক সংখ্যার সমানুপাতী হওয়া আবশ্যক।

কাৰণ, তাহা হইলে উচ্চ দবের দ্রব্য মিশ্রণে মিশ্র দ্রব্যের দবের হিসাবে মূল্যের উপর যে পৰিমাণ মূল্য বাড়িবে, নিম্ন দবের দ্রব্য মিশ্রণে মিশ্র দ্রব্যের দবের হিসাবে মূল্য হইতে ঠিক সেট পৰিমাণে মূল্য কমিবে।

মনে কর ২০ টাকার মণের দ্রব্য, ও ১২ টাকার মণের দ্রব্য মিশাইয়া ১৮ টাকার মণের মিশ্র দ্রব্য প্রস্তুত করিতে হইবে। তাহা হইলে,

(২০-১৮) মণ = ২ মণ ১২ টাকার দ্রব্য, এবং

(১৮-১২) মণ = ৬ মণ ২০ টাকার দ্রব্য

মিশাইতে হইবে। কেননা—

১২ টাকার দ্রব্যের ২ মণের মূল্য, ১৮ টাকার দ্রব্যের ২ মণের মূল্য অপেক্ষা  
 $(২০-১৮) \times (১৮-১২) = ১২$  টাকা কম।

এবং ২০ টাকার দ্রব্যের ৬ মণের মূল্য, ১৮ টাকার দ্রব্যের ৬ মণের মূল্য অপেক্ষা  
 $(১৮-১২) \times (২০-১৮) = ১২$  টাকা বেশি।

যদি দুটি অপেক্ষা অধিক প্রকারের দ্রব্য মিশ্রিত করিতে হয়, তবে উক্ত নিয়মে মিশ্র দ্রব্যের দব অপেক্ষা কম দ্রব্যের একটি ও বেশি দ্রব্যের একটি এই রূপে যুগ্ম যুগ্ম করিয়া দ্রব্যগুলি লইয়া মিশ্রিত করিতে হইবে, এবং তাহাতে যোড় মিলাইবার নিমিত্ত কোন দ্রব্য একের অধিকবার লইতে হইলে ক্ষতি নাই, তবে সে ক্ষেত্রে সেই দ্রব্যের মোট পৰিমাণ তাহার প্রত্যেক বারের পৰিমাণের সমষ্টি ধরিতে হইবে।

১৬৮। এক্ষণে মিশ্রণে দ্রব্যের পরিমাণ নির্ণয়ের নিয়ম নিম্নে সংক্ষেপে লিখিত হইতেছে।

একটি উপর নীচে লম্বা সবল বেধা টানিয়া তাহার বামে মিশ্র দ্রব্যের নির্দিষ্ট দ্রব ও দক্ষিণে মিশ্রিত কবিবাব দ্রব্যগুলির দ্রব নিম্নতম দ্রব হইতে আবস্ত কবিয়া ক্রমান্বয়ে লিখ। তাহার পর সেই দ্রবগুলি হুইট হুইট কবিয়া বেধা দ্বারা এইরূপে সংযুক্ত কর যে, প্রত্যেক সংযুক্ত যুগ্ম দ্রবের একটি মিশ্র দ্রব্যের দ্রব অপেক্ষা বেশি ও অপরটি মিশ্র দ্রব্যের দ্রব অপেক্ষা কম হয়, এবং কোন দ্রবটি অসংযুক্ত না থাকে। তদনন্তর প্রত্যেক দ্রবের দক্ষিণে সেই দ্রবের সহিত সংযুক্ত দ্রবের ও মিশ্র দ্রব্যের দ্রবের অন্তর জাপক অঙ্ক লিখ। যেখানে কোন দ্রব একের অধিক দ্রবের সহিত সংযুক্ত, সে স্থলে সেই দ্রবের দক্ষিণে একের অধিক এইরূপ অঙ্ক পৃথক্ পৃথক্ লিখিতে হইবে। প্রত্যেক দ্রবের দক্ষিণ পার্শ্বে লিখিত অঙ্ক বা পৃথক্ পৃথক্ লিখিত অঙ্কের সমষ্টি সেই দ্রবের দ্রব্যের পরিমাণ জাপক হইবে।

এই নিয়মের হেতু ১৬৭ দ্বাৰা লিখিত কথার প্রতি প্রনিধান কবিলে বুঝা যাইবে, এবং নিম্নের উদাহরণ দ্বাৰা তাহা আৰও স্পষ্টীকৃত হইবে।

উদাহরণ। ২ টাকা সেবের, ৪ টাকা সেবের, ৬ টাকা সেবের, ৮ টাকা সেবের, ও ১০ টাকা সেবের, এই পাঁচ প্রকার দ্রব্য কি কি পরিমাণে মিশ্রিত কবিলে মিশ্র দ্রব্যের মূল্য ৭ টাকা সেব হইবে?

উপরের লিখিত নিয়মানুসারে প্রক্রিয়া এইরূপ হইবে, যথা,—

|   |      |     |
|---|------|-----|
| ১ | ২ —  | ০   |
|   | ৪ —  | ১   |
|   | ৬ —  | ১   |
|   | ৮ —  | ৩+১ |
|   | ১০ — | ৫   |

অতএব ২ টাকা দ্রবের ০ সেব, ৪ টাকা দ্রবের ১ সেব,

৬ টাকা দ্রবের ১ সেব, ৮ টাকা দ্রবের ৩+১ সেব,

১০ টাকা দ্রবের ৫ সেব,

মিশ্রিত করিলে ১৪ সেব মিশ্র দ্রব্যের দ্রব ৭ টাকা সেব হইবে।

কাবণ, ১৬৭ ধারায় লিখিত যুক্তি অনুসারে,

২. টাকা মণেব ৩ সেব,

ও ১০. টাকা মণেব ৫ সেব দ্রব্য মিশাইলে সেই ৮ সেবেব দ্ব ৭. টাকা হইবে,

এবং ৪. টাকা মণেব ১ সেব,

ও ৮. টাকা মণেব ৩ সেব দ্রব্য মিশাইলে সেই ৪ সেবেব দ্ব ৭. টাকা হইবে,

আর ৬. টাকা মণেব ১ সেব,

ও ৮. টাকা মণেব ১ সেব দ্রব্য মিশাইলে সেই ২ সেবেব দ্ব ৭. টাকা হইবে ।

এবং যখন এট তিন প্রকার মিশ্র দ্রব্যেব, অর্থাৎ ৮ সেব, ৪ সেব, ২ সেব প্রত্যেকেব, দ্ব ৭. টাকা হইতেছে, তখন তাহানেব একত্র কবিলে যে  $(৮+৪+২)$  সেব অর্থাৎ ১৪ সেব মিশ্র দ্রব্য হইবে, তাহাব দ্ব ৩ অবগ্রহে ৭. টাকা হইবে ।

### ৩৮ । উদাহরণমালা ।

১ । যদি ১৫. টাকা মণেব ৩ মণ চিনি, ১৩।০ টাকা মণেব ৪ মণ চিনি ও ১১. টাকা মণেব ৫ মণ চিনি মিশ্রিত করা যায়, তবে সেই মিশ্র চিনিব দ্ব কত হইবে ?

২ । যদি ১২. টাকা সেবেব ২ সেব, ১১।০ টাকা সেবেব ৩ সেব, ও ২. টাকা সেবেব ৫ সেব, কোন দ্রব্য মিশ্রিত করা যায়, তবে সেই মিশ্রিত দ্রব্যেব পোয়া কত কবিয়া পড়িবে ?

৩ । যদি ৪. টাকা মণেব ১০ মণ, ৪।।০ টাকা মণেব ১২ মণ, ও ৩. টাকা মণেব ৮ মণ চাউল মিশ্রিত করা যায়, তবে সেই মিশ্র চাউলেব মণ কত করিয়া পড়িবে ?

৪ । কি কি পরিমাণে ৩. টাকা, ৫. টাকা, ও ৬. টাকা মণেব চাউল মিশাইলে মিশ্র চাউলেব দ্ব ৪. টাকা মণ হইবে ?

৫। এক প্রকার মিশ্র ধাতুব সের ৯০' = আনা, এবং যে দুই ধাতু মিশ্রিত হইয়াছে তাহাদের সের ৮০ ও ১১০ = আনা। কি কি পরিমাণে সেই ধাতুদ্বয় মিশ্রিত করা হইয়াছে -

---

## অষ্টম অধ্যায় ।

### বর্গ মূল ।

১৬৯। কোন সংখ্যাকে সেই সংখ্যা দ্বিগুণ করিলে, গুণফলকে সেই সংখ্যার ঐর্প বা দ্বিতীয়শক্তি বলে। এবং সেই সংখ্যাকে সেই গুণফলের ঐর্পমূল বলে।

যথা,  $৩ \times ৩ = ৩^২ = ৯$ ,

এ স্থলে ৯কে ৩এব বর্গ বা দ্বিতীয়শক্তি বলে,

এবং ৩কে ৯এব বর্গমূল বলে।

কোন সংখ্যার বর্গমূলের চিহ্ন এই,  $\sqrt{\quad}$ , এবং তাহা সেই সংখ্যার বামে স্থাপিত হয়। যথা,  $\sqrt{৯} = ৩$ ।

১৭০। যে কোন সংখ্যার বর্গ বা দ্বিতীয়শক্তি সহজেই নির্ণয় করা যায়, কাবণ তাহা গুণনের ফল। কিন্তু যে কোন সংখ্যার বর্গমূল নির্ণয় করা তত সহজ নহে। এবং অনেক স্থলেই বর্গমূলের ঠিক পরিমাণ নিরূপণ করা যায় না, তবে যত দূর ইচ্ছা তাহার সন্নিহিত হওয়া যায়।

বর্গমূল নির্ণয়ের নিয়ম, এবং যেখানে তাহা ঠিক নির্ণয় নহে, সেখানে তাহার যথেষ্ট সন্নিহিত সংখ্যা নির্ণয়ের নিয়ম, পবে নিরূপিত করা যাউবে। এক্ষণে এই মাত্র বলা যাইতেছে যে,  $\sqrt{৪} = ২$ , কিন্তু  $\sqrt{৫}$  নির্ণয় করিতে গেলে দেখা যায়, তাহা ২ নহে ৩ও নহে, কাবণ  $২^২ = ৪$ ,  $৩^২ = ৯$ । তবে তাহা ২ অপেক্ষা বড় ও ৩ অপেক্ষা ছোট। পবে যে নিয়ম নিরূপিত হইবে, তদনুসারে দেখা যায়  $\sqrt{৫} = ২.২৩৬$  এবং  $২.২৩৬$ এব পবে আর দশমিকের অধিক ঘব না লইলে দেখা যায়  $২.২৩৬ \times ২.২৩৬ = ৫.০০০৬৯৬$ ।

কিন্তু  $৫.০০০৬৯৬$  এই সংখ্যা ৫ অপেক্ষা একটু ছোট, এবং ৫এব সহিত তাহার প্রভেদ  $= .০০০৩০৪$ । পরে দেখা যাইবে বর্গমূল নির্ণয়ের ক্রিয়া আরও অধিক দূর চালাইলে এই প্রভেদ টুকু ক্রমশঃ বত ইচ্ছা কম করা যাইতে পারে।

দেখা যাইতেছে ৫এব বর্গমূলের অখণ্ডভাগ ২ এবং তাহার উপরে .২৩৬ বর্গমূলের এই অংশে দশমিক।

১৭১। যে হেতুক

$$\sqrt{1} = 1,$$

$$\sqrt{100} = 10,$$

$$\sqrt{10000} = 100,$$

$$\sqrt{1000000} = 1000,$$

ইত্যাদি

ইত্যাদি,

অতএব, ১ ও ১০০ মধ্যে যে কোন সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ১টি অঙ্ক থাকিবে,

১০০ ও ১০০০০ মধ্যে যে কোন সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ২টি অঙ্ক থাকিবে,

১০০০০ ও ১০০০০০০ মধ্যে যে কোন সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ৩টি অঙ্ক থাকিবে, ইত্যাদি ইত্যাদি ।

সুতরাং যদি কোন সংখ্যার এককের ঘবেব অঙ্কের উপর একটি বিন্দু দিয়া তাহার বামে এক ঘব অন্তরে প্রেরিত ঘবেব অঙ্কের উপর বিন্দু দেওয়া যায়, সেই বিন্দুর সংখ্যা সেই সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগের অঙ্ক সংখ্যা জ্ঞাপক হইবে। যথা ২৪১৬ বিন্দুযুক্ত হইলে ২৪১৬ হইবে, সুতরাং তাহার বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ২টি অঙ্ক আছে। এটি নিয়ম ঘাটা অখণ্ড সংখ্যার বর্গমূলের অখণ্ডভাগের অঙ্ক সংখ্যা জানা যায়।

১৭২। যে হেতুক,

$$\sqrt{1} \quad \sqrt{\frac{1}{100}} = \sqrt{\frac{1}{10000}} = \sqrt{\frac{1}{1000000}},$$

$$\sqrt{.01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \sqrt{\frac{1}{10000}},$$

$$\sqrt{.01} = \sqrt{\frac{1}{100}} = \sqrt{\frac{1}{1000000}} = \sqrt{\frac{1}{100000000}},$$

$$\sqrt{.0001} = \sqrt{\frac{1}{10000}} = \sqrt{\frac{1}{100000000}} = \sqrt{\frac{1}{10000000000}},$$

$$\sqrt{28.0} = \sqrt{\frac{2800}{100}} = \sqrt{\frac{280000}{10000}} = \sqrt{\frac{280000}{1000000}},$$

$$\sqrt{0.0028} = \sqrt{\frac{28}{10000}} = \sqrt{\frac{2800}{1000000}},$$

ইত্যাদি

ইত্যাদি,

অতএব দেখা যাইতেছে যে,

অথও সংখ্যাব সহিত সংযুক্ত বা অসংযুক্ত যে কোন দশমিক ভগ্নাংশের বর্গমূল নির্ণয় কবিত্তে হইলে, আবশ্যক মত তাহাব দক্ষিণে শূন্য দ্বিগু দশমিক ঘবের সংখ্যা যুগ্ম কবিয়া নইতে হইবে, এবং অথওভাগে ১৭১ ধারা মত বিন্দু দিয়া ও দশমিক ভাগে প্রত্যেক দ্বিতীয় ঘবের উপর বিন্দু দিয়া, নিম্নের ১৭৪ ধাবাব নিয়ম মত বর্গমূল নির্ণয়ের ক্রিয়া চালাইতে হইবে। বর্গে দশমিকের মত ঘব থাকিবে, বর্গমূলে তাহাব অর্দ্ধেক সংখ্যক দশমিকের ঘব থাকিবে ।

$$\begin{array}{ll}
 ১৭৩। \text{ যে হেতুক} & ১^২ = ১, \quad ২^২ = ৪, \\
 & ৩^২ = ৯, \quad ৪^২ = ১৬, \\
 & ৫^২ = ২৫, \quad ৬^২ = ৩৬, \\
 & ৭^২ = ৪৯, \quad ৮^২ = ৬৪, \\
 & ৯^২ = ৮১, \quad ১০^২ = ১০০,
 \end{array}$$

অতএব,

কোন সংখ্যা পূর্ণ বর্গ হইলে তাহাব এককের ঘবের অঙ্ক ১, ৪, ৫, ৬ বা ৯ হইবে অথবা এককের ও দশকের ঘবের অঙ্ক ০ হইবে ।

কাবণ বর্গমূলের এককের ঘবে ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮, ৯, ০ ইহার মধ্যে কোন একটি অঙ্ক অবশ্যই থাকিবে, এবং

১ বা ৯ থাকিলে তাহাব বর্গে এককের ঘবে ১ থাকিবে,

২ বা ৮ থাকিলে তাহাব বর্গে এককের ঘবে ৪ থাকিবে,

৩ বা ৭ থাকিলে তাহাব বর্গে এককের ঘবে ৯ থাকিবে,

৪ বা ৬ থাকিলে তাহাব বর্গে এককের ঘবে ৬ থাকিবে,

৫ থাকিলে তাহাব বর্গে এককের ঘবে ৫ থাকিবে,

০ থাকিলে তাহাব বর্গে এককের ঘবে ০ থাকিবে,

(এবং দশকের ঘবেও ০ থাকিবে) ।

সুতরাং যদি কোন সংখ্যার এককের ঘবে ২, ৩, ৭ বা ৮ থাকে, অথবা এককের ঘবে ০ থাকিয়া দশকের ঘবে ০ না থাকে, তবে তাহা পূর্ণ বর্গ হইতে পারে না ।



১৭৪। এক্ষণে বর্গমূল নির্ণয়ের নিয়ম নিরূপণ করা যাইবে।

দেখা বাউক বর্গমূল হইতে বর্গ সংখ্যা কিরূপে উৎপাদিত হয়।

$$৪৮^২ = ২৩০৪,$$

কিন্তু ইহা হইতে বর্গমূল নিরূপণের কোন সম্বন্ধই পাওয়া গেল না।

এক্ষণে ৪৮কে বিশ্লিষ্ট কবিয়া দেখা বাউক কোন সম্বন্ধে পাওয়া যায় কি না।

$$\begin{aligned} ৪৮^২ &= (৪০ + ৮)^২ = (৪০ + ৮) \times (৪০ + ৮) \\ &= ৪০ \times (৪০ + ৮) + ৮ \times (৪০ + ৮) \\ &= ৪০^২ + ৪০ \times ৮ + ৪০ \times ৮ + ৮^২ \\ &= ৪০^২ + ২ \times ৪০ \times ৮ + ৮^২। \end{aligned}$$

ইহাতে দেখা যাইতেছে ৪৮এব বর্গ ৪০এব বর্গ, ৮এব বর্গ, এবং ৮ ও ৪০এব গুণফলের বিশৃঙ্খল, এই তিনটি বাশির সমষ্টি, এবং  $৪০^২ + ২ \times ৪০ \times ৮ + ৮^২$  এষ্ট অঙ্কবলি হইতে ৪৮ অর্থাৎ  $৪০ + ৮$  নিম্নলিখিত প্রক্রিয়া দ্বারা পাওয়া যায়,—

$$\begin{array}{r} ৪০^২ + ২ \times ৪০ \times ৮ + ৮^২ \quad (৪০ + ৮) \\ \underline{৪০^২} \\ ২ \times ৪০ \times ৮ \quad \left| \begin{array}{l} ২ \times ৪০ \times ৮ + ৮^২ \\ ২ \times ৪০ \times ৮ + ৮^২ \end{array} \right. \end{array}$$

অর্থাৎ বর্গমূলের প্রথম ভাগ ৪০, বর্গের প্রথম ভাগ  $৪০^২$  এব বর্গমূল। এই ৪০ দক্ষিণে বাখিয়া, তাহাব বর্গ  $৪০^২$  মোট বর্গ বাশি হইতে বাদ দিয়া, বাকি  $২ \times ৪০ \times ৮ + ৮^২$  বহিল। তাহা হইতে ৮ পাইবার নিমিত্ত, বর্গমূলের প্রথম ভাগ অর্থাৎ ৪০কে ২ দিয়া গুণ কবিয়া তদ্বারা বর্গের  $২ \times ৪০ \times ৮$  এই অংশকে ভাগ করিতে হয়। এবং সেই ভাগফল ৮ দক্ষিণে ৪০এব পর লিখিয়া ও বামে  $২ \times ৪০$  এব পব লিখিয়া সেই  $(২ \times ৪০ + ৮)$  কে ৮ দিয়া গুণ করিলে, বর্গের বাকি অংশ,  $২ \times ৪০ \times ৮ + ৮^২$  এব সহিত মিলিয়া গেল।

উপরের প্রক্রিয়াটি এইরূপে ও লেখা যাইতে পারে।

$$\begin{array}{r} ১৬০০ + ৬৪০ + ৬৪(৪০ + ৮) \\ ১৬০০ \\ ৮০ + ৮ \quad \left| \begin{array}{l} ৬৪০ + ৬৪ \\ ৬৪০ + ৬৪ \end{array} \right. \end{array}$$

অথবা শূন্যগুলি বাদ দিয়া আরও সংক্ষেপে ঐ প্রক্রিয়া এইরূপে লেখা হইতে পারে—

$$\begin{array}{r} ২৩০৪(৪৮ \\ ১৬ \\ ৮৮ \overline{) ৭০৪} \\ \underline{৭০৪} \end{array}$$

যদি বর্গ বাশিটি এতদ্রূপ কর যে তাহাব বর্গমূল ৩টি অঙ্ক বিশিষ্ট, যথা ৪৮০, তাক হটলে ৪ ও ৮ এই দুইটি অঙ্ক পাওয়ার পর তৃতীয় অঙ্ক ০ পাইবার নির্দিষ্ট এতদ্রূপ বিলম্ব করিতে হইবে, যথা—

$$\begin{aligned} ৪৮০^২ &= (৪৮০ + ০)^২ \\ &= ৪৮০^২ + ২ \times ৪৮০ \times ০ + ০ \end{aligned}$$

এবং তাহাব পর পূর্ব প্রদর্শিত প্রক্রিয়ার প্রবোগ করিতে হইবে। উপরে বাহ্য নল। হটলে তাহা হইতে নিম্নলিখিত নিয়মটি পাওয়া যায়—

**বর্গমূল নির্ণয়ক নিয়ম।**

যে বাশিব বর্গমূল নির্ণয় করিতে হইবে তাহা দশমিক ভগ্নাংশ সংযুক্ত হইলে, আবশ্যক মত দশমিকের দক্ষিণে ০ বোগ করিয়া দশমিকের ঘরের সংখ্যা বৃদ্ধি করিয়া লও। ও তাহাব পর তাহাব এককের অঙ্কের উপর একটি বিন্দু দিয়া তাহাব বামে ও দক্ষিণে এক এক খব অন্তরে প্রত্যেক অঙ্কব উপর এক একটি বিন্দু দাও। তাহাতে বাশিটির অঙ্কগুলি দুইটি করিয়া এক এক ভাগে বিভক্ত হইবে, কেবল অখণ্ডভাগের বামের শেষভাগে দুইটি অথবা একটি মাত্র অঙ্ক থাকিতে পারে। এবং অখণ্ডভাগে ও দশমিক ভাগে এতদ্রূপ যতগুলি করিয়া ভাগ হইল, বর্গমূলের অখণ্ডভাগে ও দশমিক ভাগে ততগুলি করিয়া অঙ্ক থাকিবে।

তদনন্তর প্রদত্ত বাশিব বামের সর্বশেষভাগের অনধিক যে সর্বোচ্চ অঙ্কের বর্গ সেই অঙ্ক ঐ বাশিব দক্ষিণে লিখ, ও তাহাব বর্গ ঐ ভাগের নিম্নে লিখিয়া ঐ ভাগ হইতে বিযুক্ত করিয়া বিয়োগকৃত তাহাব নিম্নে লিখ ও তাহাব দক্ষিণে প্রদত্ত বাশিব পর্ববর্তী ভাগ অর্থাৎ অঙ্কের লিখ।

তাহাতে যে বাশিটি পাওয়া গেল তাহাব এককের ঘরের অঙ্ক বামে বাহ্য থাকে তাকাকে ভাজ্য মনে করিয়া, বর্গমূলের যে অঙ্কটি পাওয়া গিয়াছে

তাহাকে দ্বিগুণ কবিতা ভাজকরূপে স্থাপিত কবিতা তদ্বারা ভাগ কব, এবং ভাগফল বর্গমূলেব প্রথম অঙ্কের দক্ষিণে ও উক্ত ভাজকেরও দক্ষিণে লিখিয়া, যে সম্পূর্ণ ভাজক হইল তাহাকে ঐ অঙ্ক দ্বারা গুণ কবিতা গুণফল ভাজকের নিম্নে লিখ। এবং ভাজ্য হইতে তাহা বাদ দিয়া বিয়োগফল নিম্নে লিখিয়া তাহার দক্ষিণে প্রদত্ত বাশিব পর্বতী অর্থাৎ তৃতীয় ভাগ লিখ। তাহাতে যে রাশিটি পাওয়া গেল তাহাৰ এককেব অঙ্ক বাদে অবশিষ্টকে আবার ভাজ্য মনে করিয়া পূর্বোক্ত মত প্রক্রিয়া চালাও, যে পর্য্যন্ত না প্রদত্ত রাশিব সকল ভাগগুলি নিঃশেষিত হয়।

(১) উদাহরণ। ১২৭৬২এব বর্গমূল নির্ণয় কব।

$$\begin{array}{r}
 ১২৭৬২(১১৩ \\
 ১ \\
 ২১ \overline{) ১২৭} \\
 \underline{২১} \\
 ২২০ \overline{) ৬৬২} \\
 \underline{৬৬২}
 \end{array}
 \quad \text{অতএব বর্গমূল} = ১১৩।$$

(২) উদাহরণ। ১২৭৬২এব বর্গমূল নির্ণয় কর।

$$\begin{array}{r}
 ১২৭৬২(১১৩ \\
 ১ \\
 ২১ \overline{) ১২৭} \\
 \underline{২১} \\
 ২২০ \overline{) ৬৬২} \\
 \underline{৬৬২}
 \end{array}
 \quad \text{বর্গমূল} = ১১৩।$$

১৭৫। যে হেতুক,

$$\sqrt{৫} = \sqrt{৫ \cdot ১} = \sqrt{৫ \cdot ১},$$

$$\sqrt{২২০৫} = \sqrt{২২০৫ \cdot ১} = \sqrt{১২৫০০০},$$

$$\text{অথবা} = \sqrt{২২০৫ \cdot ১০০} = \sqrt{১২৫০০০০},$$

ইত্যাদি

ইত্যাদি,

অতএব যদি কোন রাশির ঠিক বর্গমূল না পাওয়া যায়, তবে তাহাব দক্ষিণে ক্রমশঃ দুই দুইটি কবিয়া • শূন্য দিয়া বর্গমূল আকর্ষণ জিন্মা যতদূর ইচ্ছা চালান বাইতে পাবে, এবং প্রদত্ত রাশিতে সংযুক্ত প্রত্যেক শূন্যদ্বয়ের স্থলে বর্গমূলের দশমিক ভাগে এক একটি কবিয়া ঘর বাড়িতে থাকিবে, ও পদ্ধ বর্গমূল ক্রমশঃ প্রকৃত বর্গমূলের সন্নিহিত হইতে থাকিবে ।

(১) উদাহরণ । ৫এব বর্গমূল নির্ণয় কব ।

$$\begin{array}{r}
 ৫ \cdot ০০০০০০ (২ \cdot ২৩৬ \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \\
 ৪ \overline{) ২০} \\
 \underline{১৬} \phantom{০০} \\
 ৪০ \phantom{০} \\
 \underline{৩২} \phantom{০০} \\
 ৮০ \phantom{০} \\
 \underline{৬৪} \phantom{০০} \\
 ১৬০ \phantom{০} \\
 \underline{১২৮} \phantom{০০} \\
 ৩২০ \phantom{০} \\
 \underline{২৫৬} \phantom{০০} \\
 ৬৪০ \phantom{০} \\
 \underline{৫১২} \phantom{০০} \\
 ১২৮ \phantom{০০} \\
 \underline{১০৪} \phantom{০০} \\
 ২৪ \phantom{০০} \\
 \underline{১৬} \phantom{০০} \\
 ৮ \phantom{০০} \\
 \underline{৬} \phantom{০০} \\
 ২ \phantom{০০} \\
 \underline{১} \phantom{০০} \\
 ১ \phantom{০০} \\
 \underline{১} \phantom{০০} \\
 ০ \phantom{০০}
 \end{array}$$

$\sqrt{৫} = ২ \cdot ২৩৬$  ।

১৭৬ । সামান্য ভগ্নাংশের বর্গমূল নির্ণয় ববিত্তে হইলে, তাহাকে দশমিক ভগ্নাংশে আনিয়া সেই দশমিকের বর্গমূল নির্ণয় কবাই সহজ উপায় । তবে যদি কোন স্থলে সামান্য ভগ্নাংশের লব ও হব উভয়ই পূর্ণ বর্গ রাশি হয়, তাহা হইলে তাহার লবের ও হবের বর্গমূল নির্ণয় কবিলে সেই বর্গমূলের ভগ্নাংশের বর্গমূলের লব ও হব হইবে ।

যথা,  $\sqrt{\frac{১৬}{৯}} = \frac{৪}{৩}$  ।

১৭৭ । পূর্বে ১১০ ও ১২২ ধাবাতে আভাস দেওয়া হইরাছে যে সমকোণী সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রের বাহুতে যে সংখ্যক দৈর্ঘ্য মাপের মূল এক থাকে তাহাব ক্ষেত্রফলে সেই সংখ্যাব বর্গ সংখ্যক মূল একের পরিমিত বাহু বিশিষ্ট সমচতুর্ভুজ থাকে । যথা কোন সমচতুর্ভুজের বাহু ১২ বৈশিক ইঞ্চ হইলে, তাহার ক্ষেত্রফল  $১২ \times ১২$  বর্গ ইঞ্চ অর্থাৎ ১২<sup>২</sup> বর্গ ইঞ্চ হইবে । সুতরাং কোন সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ১২<sup>২</sup> বর্গ ইঞ্চ হইলে তাহাব বাহু  $\sqrt{১২^২}$  অর্থাৎ ১২ বৈশিক ইঞ্চ হইবে ।

অতএব দেখা যাইতেছে, কোন সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল যত, তাহার বাহুর পরিমাণ সেই ক্ষেত্রফলের বর্গমূল।

উদাহরণ। একটি সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ৬২৫ বর্গ বিঘা। তাহার বাহুর পরিমাণ কত ?

$$\text{বাহুর পরিমাণ} = \sqrt{625} = 25 \text{ বৈধিক বিঘা।}$$

### ৩৯। উদাহরণমালা।

১। নিম্নলিখিত বাশিগুলির বর্গমূল নির্ণয় কর।

(১) ৪৪১, ২৬১, ২৮০১, ১২৩২১।

(২) ১৬৮১, ২৬০১ ১১০৮৮৯।

(৩) ৬২৫, ১২২৫ ২০২৫, ৫৬২৫।

(৪) ১৫১২৯, ৫৪৭৫৬, ১৮২২৫।

(৫) ১২৩৪৩২১, ১০০২০০১।

২। দশমিকের ৪ ঘর পর্যন্ত নিয়ে সংখ্যাগুলির বর্গমূল নির্ণয় কর।

(১) ১, ২, ৩, ৪, ৫, ৬, ৭, ৮।

(২) .১, .০০১, ১০০.০০১, ৯।

(৩) ১১, ১২, ১৩, ১৪।

(৪)  $\frac{১}{২}$ ,  $\frac{৩}{৪}$ ,  $\frac{৫}{৬}$ ,  $\frac{৭}{৮}$ ।

(৫)  $\frac{১}{১০}$ ,  $\frac{১}{১০০}$ ,  $\frac{১}{১০০০}$ ।

৩। একটি সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ৫০ বর্গ বিঘা। তাহার বাহুর দৈর্ঘ্য কত ?

৪। একটি সমচতুর্ভুজের ক্ষেত্রফল ৫ একাধ। তাহার বাহুর দৈর্ঘ্য কত ?

উত্তরমালা ।

১। (১৮ পৃষ্ঠা)।

- ১। (১) ১০, ১২, ১৫, ১৯, ২৮, ৪৩, ৫৬, ৬১, ৮৪, ৯২।  
 (২) ১০১, ১১০, ১৫৪, ৩০০, ৪০৫, ৫০৮, ৭৭৪।  
 (৩) ১০০০০১, ২০০০০০, ৩০৬৭০৯, ৪৫৬০০৪, ৫৬৭৪৩২।  
 (৪) ৫৬৪৩২১৭৮।
- ২। (১) আঠার, কুড়ি, সঁঠত্রিশ, আটত্রিশ, উনষাট, পঁচাশি, সাতানকুই।  
 (২) দুইশত তিন, তিনশত চল্লিশ, চাবশত ছাপার, ছয়শত নকুই, সাতশত আট, নয়শত নিবেনকুই।  
 (৩) এক সহস্র নয়, দুই সহস্র উনত্রিশ, তিন সহস্র নকুই, চাব সহস্র আটশত বাবড়ি।  
 (৪) বাব কোটি চৌত্রিশ লক্ষ ছাপার সহস্র সাতশত উননকুই, আটানকুই কোটি ছিয়াক্তব লক্ষ চুয়ান সহস্র তিনশত একুশ, দশ কোটি কুড়ি লক্ষ ত্রিশ সতস্র চাবশত পাঁচ।

৩। ১০০০+৯, ২০০০+২০+৯, ৩০০০+৬০০+৯০, ৪০০০+৮০০+৬০+৭।

১০০০০০০০+২০০০০০০+৩০০০০০০+৪০০০০০+৫০০০০+৬০০০+৭০০+৮০+৯,

৯০০০০০০০+৮০০০০০০+৭০০০০০০+৬০০০০০+৫০০০০+৪০০০+৩০০+২০+১,

১০০০০০০০০+২০০০০০০০+৩০০০০০+৪০০+৫।

২। (২২ পৃষ্ঠা)।

১। (১) ৪৫। (২) ১৩৫। (৩) ৪৫৯। (৪) ৩০৫৭।

২। ৫৩৪৫৬৮৮৮।

৩। ১৭৩৮।

৪। ২৮০।

৫। (১) ১৭১। (২) ২৩১। (৩) ২৫৬। (৪) ৫১২। (৫) ৩৬০।

৩ । ( ২৭ পৃষ্ঠা ) ।

- ১ । (১) ৬ । (২) ৯ । (৩) ১০ । (৪) ১১ । (৫) ১৮ ।  
 (৬) ১৭৮৮৮২ । (৭) ৪৩০৪০০ । (৮) ৯০২০২ ।  
 ২ । ৪৫০০ ।  
 ৩ । ৪৯৫০০০০০ ।  
 ৪ । ১০৯ ।  
 ৫ । ৫৫৫৫৫ ।

৪ । ( ৩৫ পৃষ্ঠা ) ।

- ১ । ৪৯২, ৬১৫, ৭০৮, ৮৬১, ৯৮৪, ১১০৭ ।  
 ২ । ৭৭৯০, ৮৫৬৯, ৯০৪৮, ১০১২৭, ১০৯০৬ ।  
 ৩ । ১৫১৮৫১৮০৮১৭, ৫৬২৯৬২৯১২২৪, ৯৭০০৭০৯৮৬৩১ ।  
 ৪ । ৪০১০০২২০১৫০০, ৬০১৯০০২০২১০০ ।  
 ৫ । ০৬২৮৮০ ।  
 ৬ । ০৮৪০ ।  
 ৭ । ৯৪৫ ।

৫ । ( ৪১ পৃষ্ঠা ) ।

- ১ । ২৪৬ বাকী ৪, ২০৫ বাকী ৪, ১৭৭ বাকী ৫, ১০৭ বাকী ১ ।  
 ২ । ৭৮ বাকী ৯, ৭১ বাকী ৮, ৬৫ বাকী ৯, ৬০ বাকী ৯ ।  
 ৩ । ১৫৬ বাকী ৩৭২ ।  
 ৪ । ২৪৬৯১০৫৭ বাকী ৪, ১২০৪৫৬৭৮ বাকী ৯, ৮২০০৪৫২ বাকী ৯,  
 ৬১৭২৮০৯ বাকী ৯ ।  
 ৫ । ৮০০০৪ বাকী ৪৯৪১ ।  
 ৬ । ১০২০০ বাকী ৪, ৫১০১৫ বাকী ৪, ১০১০২ বাকী ২, ৫০৫১  
 বাকী ২ ।

৬ (১) । ( ৫৮ পৃষ্ঠা ) ।

- ১ । (১) ৬, ১৬, ১২, ২৩ । (২) ১৫, ২৫, ১২১, ১৯ । (৩) ৯ ।  
 (৪) ৬, ১২ । (৫) ৫ । (৬) ২ ।

- ১। (১) ১০৮, ৪২, ১২৬, ৫২৫। (২) ২৩৭২, ১৫৫৫৪।  
 (৩) ১৩৫৪৮০৭০ ১২৩৬২৬১৪১। (৪) ২৫২০।  
 (৫) ৪৫০৪৫। (৬) ১৬৮০।

৬ (২)। (৫৮ পৃষ্ঠা)।

- ১। ক ব হাতে ৩, খ ব হাতে ৬, গ ব হাতে ৯।  
 ২। ১০ বৎসবেব, ১৯ বৎসব, ৯ বৎসব।  
 ৩। ১৫ বৎসব, ৬৫ বৎসব। ৪। ১৮৭৫। ৫। ১৬, ১৬।  
 ৬। ১৮। ৭। ১৩ টাকা।  
 ৮। ১ম শ্রেণিতে ১৫, ২য় শ্রেণিতে ২০, ৩য় শ্রেণিতে ৩০।  
 ৯। ২। ১০। ১৭৯। ১১। ১২ জনকে, ৯টি।  
 ১২। ৬০। ১৩। পুত্রেরা প্রত্যেকে ৬০০, কন্যা ৩০০।  
 ১৪। ক পাইবে ২০ টাকা, খ পাইবে ৪০ টাকা, গ পাইবে ১২০ টাকা।  
 ১৫। ১২। ১৬। (১) ২৫। (২) ২১। (৩) ১।

৭। (৭১ পৃষ্ঠা)।

- ১। (১) ১২। (২) ১৬। (৩) ২। (৪) ২১। (৫) ১০২।  
 ২। (১) ৬। (২) ১৭। (৩) ১২। (৪) ১২। (৫) ১০২।  
 ৩। (১) ১। (২) ১৫। (৩) ১। (৪) ১। (৫) ১।  
 ৪। (১) ১২। (২) ১৬। (৩) ২। (৪) ১৫। (৫) ৫।  
 ৫। (১) ১২। (২) ১৬। (৩) ১২। (৪) ১২। (৫) ১২।  
 ৬। (১) ১২, ১৬, ১২, ১২।  
 (২) ১২, ১৬, ১২, ১২, ১২।  
 (৩) ১২, ১৬, ১২, ১২।  
 (৪) ১২, ১৬, ১২, ১২। (৫) ১২, ১৬, ১২, ১২।  
 ৭। (১) ১২, ১৬, ১২, ১২। (২) ১২, ১৬, ১২, ১২।  
 (৩) ১২, ১৬, ১২, ১২। (৪) ১২, ১৬, ১২, ১২।  
 (৫) ১২, ১৬, ১২, ১২।



৮। ( ৭০ পৃষ্ঠা )।

১। ২৩৩। ২। ২৩৩৮। ৩। ৩২৩৩৩।  
 ৪। ৩৩৩৩৩। ৫। ১৩৩৩৩।

৯। ( ৭৫ পৃষ্ঠা )।

১। ৩৮। ২। ১৭৩৮। ৩। ৮৩৩৩। ৪। ১৩৮। ৫। ৪৮৩।

১০। ( ৭৭ পৃষ্ঠা )।

১। ৩৮। ২। ৮। ৩। ৮৮। ৪। ৩৮৮। ৫। ৩৮৮।

১১। ( ৮০ পৃষ্ঠা )।

১। ৫। ২। ৮। ৩। ৯। ৪। ৩৮। ৫। ১৩৮৩।

১২। ( ৮০ পৃষ্ঠা )।

১। (১) ৩৮৮। (২) ১৩৮। (৩) ২৪০। (৪) ৮৮। (৫) ১৩৮।  
 ২। ৪৫ হাত। ৩। ৩৮। ৪। ৮৮। ৫। ১, ১।  
 ৬। ১৩ দিনে।

১৩। ( ৮৭ পৃষ্ঠা )।

১। .৩, .৭, .০৫, .৫৫, .০২৫।  
 ২। দুই শততমাংশ, এক ও তিন শততমাংশ, কুড়ি ও চুই দশসহস্রতমাংশ,  
 একশত তেইশ ও চারিশত ছায়ায় সহস্রতমাংশ, পাঁচশত লক্ষতমাংশ।  
 ৩। ৩৮, ৩৮৮, ১০৩৮৮, ৩৮৮৮, ২৩৮৮৮।  
 ৪। ৩, .৩, ১৫০৫০, ৪৫৫৪০, .০৩০।  
 ৫। .০০০১, .৫০০৫, .০৪৮২৬১০, ৫.৭৯১১, ৭.৭০২৫।

১৪। ( ৮৮ পৃষ্ঠা )।

১। ১০৭১.৬৫২২৫। ২। ০.০৪.৮০০২। ৩। ১.০৬২৭২৩।  
 ৪। ১০৭০০.৭০৫৬২। ৫। ১৫৮০.০০২৫৫।

১৫ । ( ৮৯ পৃষ্ঠা ) ।

|                |                    |                |
|----------------|--------------------|----------------|
| ১ । ৪৪-৩৭ ।    | ২ । ১-২৭ ।         | ৩ । ৬৪৩-২২-৪ । |
| ৪ । ২-২২-০-১ । | ৫ । -০-১৪৭-৪৩৮-০ । |                |

১৬ । ( ৯১ পৃষ্ঠা ) ।

|                     |                 |             |
|---------------------|-----------------|-------------|
| ১ । ১-৮-৭৮ ।        | ২ । ৫-১২ ।      | ৩ । -৩১৩৬ । |
| ৪ । ১-৭৪-১৭৬১-০-৩ । | ৫ । ৩৫-২৪-৪৭৬ । |             |

১৭ । ( ৯৪ পৃষ্ঠা ) ।

|               |               |               |
|---------------|---------------|---------------|
| ১ । ২৪ ।      | ২ । ১৭-০ ।    | ৩ । ৩-৩-০-০ । |
| ৪ । ১৮-৬৪২৩ । | ৫ । ২-৫৮২-০ । |               |

১৮ । ( ১০২ পৃষ্ঠা ) ।

|  |  |
|--|--|
| ১ । (১) ৫, -২৫, -১২৫, -০-৬২৫, ০-৩১২৫ ।<br>(২) -৫, ২, ৭৫, -২, ৩ ।<br>(৩) -২, -০-৪, ০-০৮, -০-০০১৬ ।<br>(৪) -৭৫, ৮, -৪, ৮৭৫ । |  |
| ২ । (১) ৪০৮৫৭১, -৫, -৮১, -৮৬৬১৫৩ ।<br>(২) -০৮৪৬১৫, -১৫২২০৮০, -৮০, -৫৭১৪২৮ ।  |  |
| ৩ । (১) ২৮, ১৮, ১৮, ১৮ ।<br>(২) ৫৮, ৪৮, ২৮, ১৮ ।<br>(৩) ১৮, ১৮, ১৮, ১৮ ।   |  |

১৯ । ( ১১১ পৃষ্ঠা )

|                 |                           |
|-----------------|---------------------------|
| ১ । ৭০-৩৭-০৫ ।  | ২ । ৭-৪৩৮১১ ।             |
| ৩ । ২-৪৭২১৪ ।   | ৪ । ৮৪-১২৪৬৫ ।            |
| ৫ । ২-৪-৩১২৩৪ । | ৬ । -৩০৩৭, -০-৩১২৮ ।      |
| ৭ । ১-২৪২২২ ।   | ৮ । -০৫, -২, -০-১৮৫, ৪৫ । |

२० । ( १११ प्रश्न )

- |     |              |     |                |
|-----|--------------|-----|----------------|
| ୧ । | (୧) ୨୨-୫୩୨ । | (୨) | ୨୪୯୫୦୦୦୮୫୬୭୫ । |
|     | (୩) ୨୦୫୫୫୫ । | (୪) | ୦୨ ।           |
| ୨ । | ୨୦୫୫୫୫ ।     | (୫) | ୫୦୫୫୫୫ ।       |
| ୩ । | ୨୦୫୫୫୫ ।     | ୬ । | ୫୦୫୫୫୫ ।       |
| ୪ । | ୨୦୫୫୫୫ ।     | ୭ । | ୫୦୫୫୫୫ ।       |
| ୫ । | ୨୦୫୫୫୫ ।     | ୮ । | ୫୦୫୫୫୫ ।       |

૨૬। (૧૨૬ જાણી)

- ১। ২৪৬৪ পাই, ৫৮৪ পাউ।
- ২। ৫০৬৭ পেনি, ২ পাউণ্ড ১ শিলিং ৮ পেনি।
- ৩। ৬৭৯২ গ্রেন, ২ আউন্স ১১ পেনিওয়েট ১০ গ্রেন।
- ৪। ৮১৪২০ কাঁছা, ১২১০ সেব।
- ৫। ৫২৫২৬০ মিনিট, ২ দিন ৪৬ ঘণ্টা ৪০ পল।

३३। ( १२४ पृष्ठा )

- ১। ২০৫২৥/২ পাই।                      ২। ৮৯ পাউণ্ড ১৩ শিলিং ৩ পেনি।  
৩। ২১০৥৫৥০ ছটাক।                      ৪। ৩২ গজ ১ ফুট ৭ ইঞ্চি।  
৫। ৫০৥৩/১০ পঞ্চাশ বিঘা তেঁত কাঠা সাত ছটাক।

୧୭ । ( ୧୦୦ ମୁଦ୍ରା )

- |   |                |
|---|----------------|
| ১। ৩২১ পাই।   | ২। ১৭৫০/২ পাট। |
| ৩। ১০ পাউণ্ড ১৮ শিলিং ৬ <sup>৩</sup> / <sub>৪</sub> পেনি। | ৪। ১২৫০ সেব।   |
| ৫। ১৫ ঘণ্টা ৫৫' ১"।                                       |                |

२४। ( १०० पृष्ठा )

- ১। ১৬৮৯/০, ২৪২১/০, ৩৩২৫০।
- ২। ১২২৫৩, ১৫৫১৬/৬, ২০৭১৬/০।
- ৩। ৪৬ পাউণ্ড ১১ শিলিং ৬ পেনি, ৭৭ পাউণ্ড ১২ শিলিং ৬ পেনি।
- ৪। ৪২ সম্ভ্রাহ ১১ ঘণ্টা ৩০', ৫৬ সম্ভ্রাহ ১৫ ঘণ্টা ২০'।
- ৫। ২৬০৫২/০ ছটাক, ৫৫৬৫০ সেব।

২৫ । ( ১০৬ পৃষ্ঠা )

- ১ ।  $৫১৬/১২$  পাই,  $৪১৬/১০$  পাই,  $৪/১২$  পাই ।  
 ২ ।  $১০২/১২$  পাই,  $২১৬/১২$  পাই,  $৮১/১২$  পাই ।  
 ৩ । ৩ পাউণ্ড ২ শিলিং ১১ পেনি, ৩ পাউণ্ড ৫ পেনি ।  
 ৪ । ১ হান্ডর ৩ কোয়াটার ২০ পাইণ্ড, ৩ কোয়াটার ১২ পাইণ্ড ।  
 ৫ ।  $১৫৬/১২$  ।                      ৬ ।  $৪৬/১২$  ।                      ৭ ।  $৭৬/১২$  ।  
 ৮ ।  $৫৬/১২$  ।                      ৯ ।  $১২৬/১২$  ।

২৬ । ( ১০৭ পৃষ্ঠা )

- ১ । ১৪৭১ । ০ ।                      ২ । প্রত্যেক রকমের ৭৫ টি ।  
 ৩ । ১০ জন বাল, ২০ জন মহুয ।  
 ৪ । ১৮৭৫০০ মণ, ১১৭১২ খানি গাড়ি, শেষ গাড়িতে ১২ মণ ।  
 ৫ । ০০০০০০০০ মণ, ১৫০০০০০০০ টাকা ।  
 ৬ । ৩১২৫০০০ টাকা ।                      ৭ । ২২০৪০০০০০ বিঘা ।  
 ৮ । ১১০৫৬৫৭৬০ বিঘা ।                      ৯ । ৮১৮০ দিন ।  
 ১০ । ৫৭০২৬ বাব ।

২৭ । ( ১০৮ পৃষ্ঠা )

- ১ । (১)  $২৬৬/১২$  পাই ।                      (২)  $৫৬/১২$  পাই ।                      (৩) ৭।৩০ ছটাক ।  
 (৪) ৭।২।০ ছটাক ।                      (৫) ২ ঘণ্টা ৩৯' ।  
 ২ । (১)  $৬/১২$  ।                      (২) ১ ।                      (৩)  $১৬/১২$  ।  
 (৪) ৫ ।                      (৫)  $১৬/১২$  ।

২৮ । ( ১০৯ পৃষ্ঠা )

- (১)  $৪৬৬/১০$  পাই ।                      (২) ১৮ শিলিং ৬ পেনি ।  
 (৩)  $৩৬৬/১২$  পাই ।                      (৪) ২।৪।০ ছটাক ।                      (৫)  $২.১১১\frac{১}{২}$  ।

২৯ । ( ১১০ পৃষ্ঠা )

- ১ ।  $৩/৮$  পাই ।                      ২ ।  $৬/৮$  পাই ।                      ৩ । ১ টাকা ।  
 ৪ । ১০ শিলিং ।                      ৫ । ২ পাউণ্ড ৪ শিলিং ২ পেনি ।

৩০ । ( ১৪৫ পৃষ্ঠা )

- ১। ১১৫ পাই।      ২। ১৭৮/৫ পাই।      ৩। ১২৮/২৫ পাই।  
৪। ১৭ শিলিং ৬ পেনি।      ৫। ১৫৮/৫ ছটাক।

৩১ । ( ১৪৭ পৃষ্ঠা )

- ১। ৮০ আনা।      ২। ৪।      ৩। ৫ ফুট।  
৪। ৬'৮" ইঞ্চ।      ৫। ১৩ পাউণ্ড ১৪ শিলিং ১০/৫ পেনি।

৩২ । ( ১৫২ পৃষ্ঠা )

- ১। ১০৬০ আনা।      ২। ২১২ টাকা।  
৩। ৪২ পাউণ্ড ১২ শিলিং ৬ পেনি।      ৪। ২১৮ পাউণ্ড ৫ শিলিং।  
৫। ১০৩/২ পাই।

৩৩ । ( ১৬১ পৃষ্ঠা )

- ১। (১) ৬।      (২) ১৮৫।      (৩) ১।০ কাঠা।  
     (৪) ৭।০ কাঠা।      (৫) ১৮ পাউণ্ড।  
২। (১) ৪৫।      (২) ১৪.৪।      (৩) ১২।  
     (৪) ১/৫ আনা।      (৫) ১/৫ শিলিং।

৩৪ । ( ১৬২ পৃষ্ঠা )

- ১। ১৮৮০ আনা।      ২। ১৬ মণ।  
৩। ২০ হান্সর।      ৪। ১৮০/০ আনা।  
৫। ৬০ টাকা।      ৬। ১৫০০ টাকা।  
৭। ৬০০ পাউণ্ড।      ৮। ৩৮৪০০ টাকা।  
৯। ১৮/০ আনা।      ১০। ৬ টাকা।  
১১। ১২৫৮/০ আনা।      ১২। ৫০০-২৫৭ বর্গফুট।  
১৩। ২২৫০০ টাকা।      ১৪। ৭৭৩০০ আনা।  
১৫। ক ৬০০ টাকা ও খ ৮০০ টাকা পাইবে।  
১৬। ১/৫ ইঞ্চ, ২/৫ বিঘা।      ১৭। অপরাহ্ন ১১টা ৪২ট ১/৫।  
১৮। ৫৪ জন লোক।      ১৯। ১'২২", ৫০০ গজ।

- ২০। ১০০০০ টাকা।  
২১। ৫ মাসে।  
২২। ৪৫৬০ মের।  
২৩। ১ টার  $\frac{৫}{১১}$  পাবে।  
২৪। ১ টার  $\frac{১}{১১}$  পাবে।

ଉତ୍ତର । ( ୧୪୨ ମୁହାଁ )

- ১। (১) ১৪ $\frac{১}{২}$  টাকা। (২) ২০ $\frac{১}{২}$  টাকা। (৩) ১২৮ $\frac{১}{২}$  টাকা।  
(৪) ২১০ $\frac{১}{২}$  টাকা। (৫) ২২৫ টাকা।
- ২। ১০ বৎসবে। ৩। ৬ $\frac{১}{২}$  বৎসবে।
- ৪। ৩ $\frac{১}{২}$  বার্ষিক শতকরা। ৫। ৬ $\frac{১}{২}$  বার্ষিক শতকরা।
- ৬। (১) ১৬৮ টাকা। (২) ১০০২ টাকা। (৩) ১৬৫০ আনা।  
(৪) ১৬০২ টাকা। (৫) ৮৩৭৫ টাকা।
- ৭। (১) ৮৯ $\frac{১}{২}$  টাকা, ১০ $\frac{১}{২}$  টাকা।  
(২) ১৮১ $\frac{১}{২}$  টাকা, ১৮ $\frac{১}{২}$  টাকা। (৩) ৭০০ টাকা, ৮৪ টাকা।  
(৪) ৭৫০ টাকা, ২৭০ টাকা। (৫) ৫০০ টাকা, ৭৫ টাকা।

୨୭ । ( ୧୮୧ ମୂର୍ତ୍ତୀ )

- |                           |                        |
|---------------------------|------------------------|
| ১। (১) ৫০০০ টাকা।         | (২) ৫০০০ টাকা।         |
| (৩) ৬০০০ টাকা।            | (৪) ৪০০০ টাকা।         |
| (৫) ১৫০০ টাকা।            |                        |
| ২। (১) ৯১০০ টাকা।         | (২) ১২৬০০ টাকা।        |
| (৩) ২০২ টাকা।             | (৪) ৫২৮ টাকা।          |
| (৫) ১৭২৮ টাকা।            |                        |
| ৩। (১) ৪০০ টাকা।          | (২) ৪৫০ টাকা।          |
| (৩) ৫৬০ টাকা।             | (৪) ১৮০০ টাকা।         |
| ৪। (১) দ্বিতীয় প্রকারের। | (২) দ্বিতীয় প্রকারের। |
| (৩) দ্বিতীয় প্রকারের।    | (৪) দ্বিতীয় প্রকারের। |

୩୭ । ( ୧୪୪ ପୃଷ୍ଠା )

- ୧ । ପ୍ରଥମ ବ୍ୟକ୍ତି ୬୦୦ ଟାକା, ଦ୍ଵିତୀୟ ୧୫୦ ଟାକା ।
- ୨ । କ ୧୨୦ ଟାକା, ଖ ୧୦୮୦ ଟାକା, ଗ ୧୨୦୦ ଟାକା ।
- ୩ । କ ୬୦୦ ଟାକା, ଖ ୧୮୦୦ ଟାକା ।
- ୪ । କ ୨୮୮ ଟାକା ପାହିବେ, ଖ ୨୮୮ ଟାକା, ଗ ୩୨୪ ଟାକା ।
- ୫ । କ ୩୧୫ ଟାକା ପାହିବେ, ଖ ୨୮୦ ଟାକା, ଗ ୩୧୫ ଟାକା ।

୩୮ । ( ୧୨୦ ପୃଷ୍ଠା )

- ୧ । ୧୨୫/୫ ପାହି ।      ୨ । ୧୮/୦ ଜ୍ଞାନା ।      ୩ । ୫ ଟାକା ।
- ୪ । ୩, ୧, ୧ ।      ୫ । ୧, ୨ ।

୩୯ । ( ୧୦୨ ପୃଷ୍ଠା )

- ୧ । (୧) ୨୧, ୩୨, ୩୩, ୧୧୧ ।      (୨) ୫୧, ୫୧, ୩୩୦ ।  
 (୩) ୨୫, ୩୫, ୫୫, ୧୫ ।      (୪) ୧୨୦, ୨୦୫, ୧୦୫ ।  
 (୫) ୧୧୧୧, ୧୦୦୧ ।
- ୨ । (୧) ୧, ୧୦୫୫୨ , ୧୦୧୦୨୦ ... , ୨, ୨୦୨୦୫୦ ,  
 ୨୦୫୫୫୫..., ୨୦୫୫୫୧ , ୨୦୫୫୫୫ ... ।  
 (୨) ୦୦୫୫୫..., ୦୦୫୫୧ , ୧୦୦୦୫୫ , ୨୦୫୫୫ ... ।  
 (୩) ୦୦୧୧୧୧... , ୨୦୫୫୫୫..., ୦୦୫୫୫୫ ... , ୦୧୫୫୫୫ . ।  
 (୪) ୦୧୧୧୧..., ୦୫୫୫୫ ... , ୦୫୫୫୫ , ୦୫୫୫୫ ।  
 (୫) ୦୫୫୫୫..., ୦୫୫୫୫ , ୫୫୫୫ ।
- ୩ । ୧୦୧୧୦... ଦିଶା ।
- ୪ । ୧୫୫୫୫୫୫୫ . ଗଞ୍ଜ ।







